# "Regionale Grundwassermodellierung" Veranstaltung im Modul Modellierung von Hydrosystemen

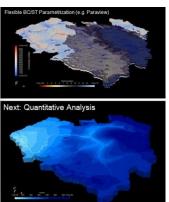
Einführung /Grundwasserströmungsgleichung

Dr. Erik Nixdorf

04.07.2025







#### **Dozent**

#### Arbeitsschwerpunkte

- · Strömung und Transport in gekoppelten hydrologischen Systemen
- Analyse von Grundwasserströmungsprozessen auf der Einzugsgebietsskala mittels numerischer Prozessmodellierung
- Regionalisierung von hydrogeologischen Parametern mit Methoden des Maschinellen Lernens
- GIS-Analysen und -Workflowprogrammierung
- Konzipierung und Durchführung hydrologischer/hydrogeologischer Feldversuche und Messkampagnen

### Lehrveranstaltungen

Aktuelle Lehrveranstaltungen

Hydrosystemanalyse (TU Dresden)

Catchment Scale Groundwater Modelling (CRAES, Peking)

#### Vergangene Lehrveranstaltungen

Hydrological and Hydrogeological Field Methods (Graduiertenschule HIGRADE)





#### **Hauptberufliche Anstellung:**

Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe

Forschungs- und Entwicklungszentrum Bergbaufolgen (*FEZB*)

#### **Gastanstellung:**

Helmholtzzentrum für Umweltforschung Department Umweltinformatik Kontakt: erik.nixdorf@ufz.de

# **Regionale Grundwassersysteme**

- Was wissen Sie schon aus den vergangenen Veranstaltungen?
  - Modellierungskonzepte, Modellkalibrierung, -evaluierung, Sensitivitätsanalyse (Block I)
  - Strömungsgleichungen und Numerische Lösungsverfahren (FDM)
  - Eingabe/Ausgabe für Simulationen mit OpenGeoSys 6
  - Advektiv-dispersiver Transport (nächste Woche!)
  - Vieles mehr aus anderen Lehrveranstaltungen ☺

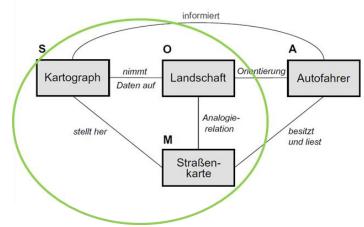
Die Unterlagen zum Kurs finden sie hier: https://drive.google.com/drive/folders/1ufi3zoewzZXHZa1krgfGfAU1\_VU9nt2k

# Regionale Grundwassersysteme - Aufbau

- 3 Teile, 2mal Vorlesung und 1mal Übung, Ende gegen 18:10
- V0: Einführung und Beispiele von Grundwasserströmungsmodellen und -simulationen
- V1: Grundwasserströmungsgleichung
  - Herleitung der Grundwassergleichung in der Potentialform
  - Diskussion der Parameter des Grundwasserleiters
  - Analytische Lösungen
- V2: Parametrisierung und Randbedingungen
  - Räumlich-zeitliche Dimensionalität und Diskretisierung
  - Randbedingungen und Quellterme
- Übung mit OpenGeoSys und ParaView
  - Analytische Lösungen vs. OpenGeoSys

# Zweck von Grundwasserströmungsmodellen

- Modell: (vereinfachendes) Abbild einer (partiellen) Realität, dem Original
- "Modell ist stets Modell-wovon-wozu-für wen." (Steinmüller)
- Das "wozu" im Kontext der Grundwasserhydrologie:
  - Wie wird das Pumpverhalten den Grundwasserspiegel in der Nordchinesischen Ebene in den nächsten 100 Jahren beeinflussen?
  - Wie lange wird es dauern bis Schadstoffe aus einer alten Industrieanlange in Tokyo das Grundwasser erreichen
  - Wie lange wird es dauern bis die Tagebaurestseen im Lausitzer Braunkohlerevier geflutet sind?



Definition "Modellierung": Entwicklung, Formung oder Herstellung eines Modells.

→ Ein Grundwassermodell ist ein Werkzeug zur quantitativen Beantwortung dieser Fragen

#### Oman: Eindringen von Meer-/Salzwasser

- Die Studie befasst sich mit der numerischen Modellierung der dichteabhängigen Strömung von Salzwasserintrusion in küstennahe Grundwassersysteme
- 3D dichte-abhängige gekoppelte numerische Simulation mit OpenGeoSys für das Projekt IWAS-Oman

 Ziel war die Bewertung des langfristigen Sanierungspotentials des Küstengrundwasserleiters

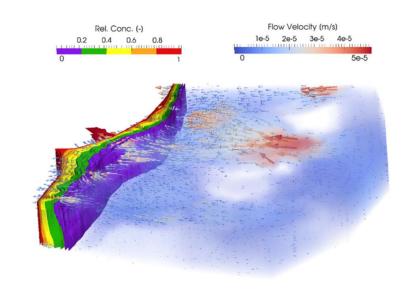
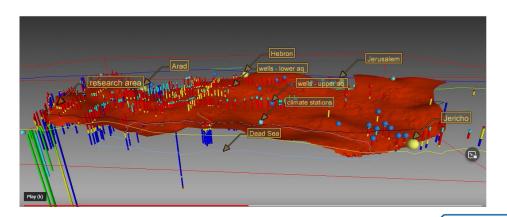


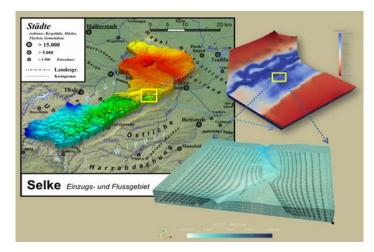
Figure: Heterogeneous flow field in groundwater model domain, natural saltwater intrusion for steady state conditions(M. Walther et al., 2012)

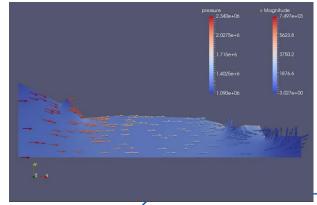
- Westliches Einzugsgebiet des Toten Meeres
- Die Grundwasserresourcen im Nahen Osten sind durch die ariden/semi-ariden klimatischen Bedingungen stark begrenzt
- Die Studie befasst sich mit der räumlich-zeitlich heterogenen Quantifizierung der Grundwasserneubildung. Das Untersuchungsgebiet umfasst dabei eine Größe von 4000 km2



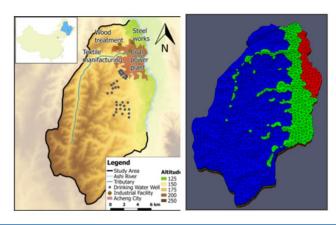
#### TERENO: Selke Catchment

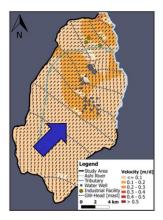
- Mit OpenGeoSys wurden numerische Modellierungsstudien durchgeführt um Prozesse auf verschiedenen räumlich-zeitlichen Skalen im Selke-Einzugsgebiet zu untersuchen
- Es wurde ein Kaskadenmodellierungsansatz gewählt um die relevanten Prozesse auf jeder Skala zu erfassen und Randbedingungen zu übertragen
- 2D und 3D numerische Grundwasserströmungs- und Transportmodelle wurden auf der Mäander, Hanglagen-, Teileinzugs- und Einzugsgebietsebene erstellt und durch Randbedingungen miteinander verbunden.

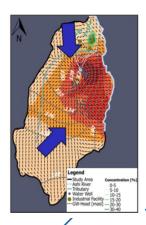




- Modellierung des Schadstofftransports imSongliao Einzugsgebiet (Sustain H2O)
- Untersuchung des Grundwasserverhaltens und des Schadstofftransports im Aquifersystem des Demonstrationsgebietes Ashi mittels instationärer 3D-Modellierung
- Die Auswirkungen des k\u00fcnftigen Wasserbedarfs auf die Sicherheit der Wasserversorgung wurden simuliert, wobei sowohl die Ausbreitung von Schadstoffen aus Altlasten als auch der Eintrag von Nitrat aus der Landwirtschaft betrachtet







### Ausbreitung von Microcystin im Chao-See

- Ein dreidimensionales transienten Modell des Einzugsgebiets des Chao-Sees quantifiziert den Transport des Algentoxins Microcystin im Untergrund und im Grundwasser.
- Das Absenken des Wasserspiegels des Chao-Sees und die daraus resultierende Änderung der Grundwasserströmungsrichtung reduziert oder stoppt eine großflächige Ausbreitung von Microcystin aus dem See. Die verbleibende Microcystin-Komponente wird schnell im Aquifer zudem schnell abgebaut

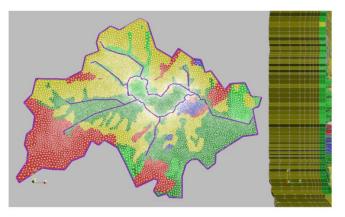
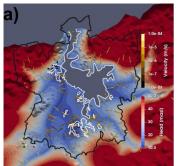


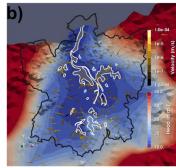
Fig. 7.3 Finite element mesh based on a simplified geometry (left) and a cross-section of a three dimensional mesh (right). Colored according to the finite elements corresponding material group

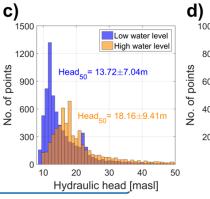


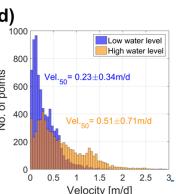
Fig. 7.7 Comparison of the spreading (red colour) of the three mass transport components by means of a cross section at 1120 days

- Grundwasserdynamiken im Poyang See Becken, China
- Ziel des Projekts war es die Wechselwirkungen zwischen Landnutzungs- und Wasserressourcenveränderung unter dem Klimawandel und schnell zunehmenden menschlichen Aktivitäten zu untersuchen.
- OpenGeoSys wurde eingesetzt, um ein planares zweidimensionales numerisches Modell zu erstellen, dass das Grundwasserregime in der Kernregion des Poyang-Sees während der Hochwasser- und Trockenzeit simuliert.
- Saisonale Grundwasserstände und Strömungsgeschwindigkeiten rund um den See sowie das saisonale Austauschvolumen zwischen dem See und den Feuchtgebieten sowie die Verweilzeiten im Aquifer wurden durch numerische Modellierung bestimmt.



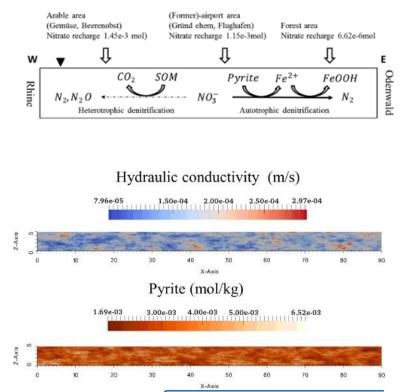






#### **Grundwassermodelle: HC Prozesse**

- Reaktiver Mehrkomponententransport: Fallstudie Hessisches Ried
- Das Hessische Ried, einer der wichtigen Grundwasserspeicher für die dicht besiedelte Rhein-Main-Region in Deutschland, ist das Anweudngsbeispiel für reaktive Mehrkomponenten-Transportsimulationen. Seit Jahrzehnten werden in dieser Region stickstoffbasierte Düngemittel verwendet, um die Produktivität der Böden zu steigern.
- OpenGeoSys und PHREEQC sind gekoppelt, um den reaktiven Mehrkomponententransport in heterogenen porösen Aquiferen zu simulieren.
- Der Massentransport wird in jedem Zeitschritt von OpenGeoSys simuliert, und ein geochemischer Löser wird zur Berechnung der lokalen chemischen Reaktionen eingesetzt



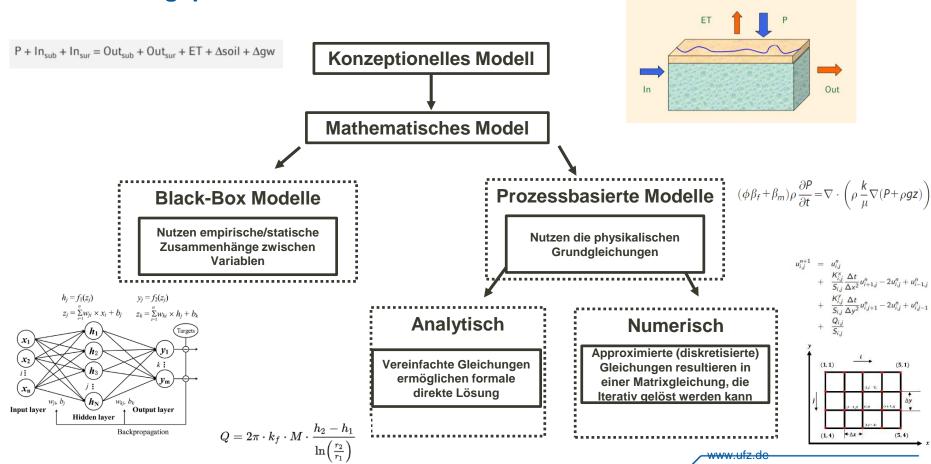
### Anwendungsbeispiele: Referenzen

- M. Walther, J.-O. Delfs, J. Grundmann, O. Kolditz, R. Liedl. Saltwater intrusion modeling: Verification and application to an agricultural coastal arid region in Oman, Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 236, Issue 18, 2012, Pages 4798-4809, ISSN 0377-0427, https://doi.org/10.1016/j.cam.2012.02.008.
- M. Walther, L. Bilke, J.-O. Delfs, Th. Graf, J. Grundmann, O.Kolditz, R. Liedl. Assessing the saltwater remediation potential of a three-dimensional, heterogeneous, coastal aquifer system, Environmental Earth Sciences, Volume 72, Number 10, 2014, Pages 3827-3837,ISSN 1866-6299, doi="10.1007/s12665-014-3253-2."
- Sachse, A., Fischer, C., Laronne, J. B., Hennig, H., Marei, A., Kolditz, O., & Rödiger, T. (2017). Water balance estimation under the challenge of data scarcity in a hyperarid to Mediterranean region. Hydrological processes, 31(13), 2395-2411.
- Siebert, C., Rödiger, T., Mallast, U., Gräbe, A., Guttman, J., Laronne, J. B., ... & Vachtman, D. (2014). Challenges to estimate surface-and groundwater flow in arid regions: The
   Dead Sea catchment. Science of the Total Environment, 485, 828-841.
- Wollschläger, U., Attinger, S., Borchardt, D., Brauns, M., Cuntz, M., Dietrich, P., ... & Hildebrandt, A. (2017). The Bode hydrological observatory: a platform for integrated, interdisciplinary hydro-ecological research within the TERENO Harz/Central German Lowland Observatory. Environmental Earth Sciences, 76(1), 29.
- Nixdorf E, Trauth N. (2018). Evaluating the reliability of time series analysis to estimate variable riparian travel times by numerical groundwater modelling. Hydrological Processes. 2018;32:408–420. https://doi.org/10.1002/hyp.11428
- Nixdorf, E., Trauth, N., Kalbacher, T., Fleckenstein, J. H., & Kolditz, O. (2018). Modelling the impact of water management in former lignite pits on groundwater regime and catchment boundaries in the Central German Lowlands. In EGU General Assembly Conference Abstracts (Vol. 20, p. 19478).
- Dongsheng Liu, Jian Zhao, Woo-Hyun Jeon, Jin-Yong Lee, Erik Nixdorf, Thomas Kalbacher, Holger Weiß (2018). Study on hyporheic exchange and solute transport across river bed-to-bank continuum under transient hydrological conditions. In EGU General Assembly Conference Abstracts (Vol. 20, EGU2018-3524-8).

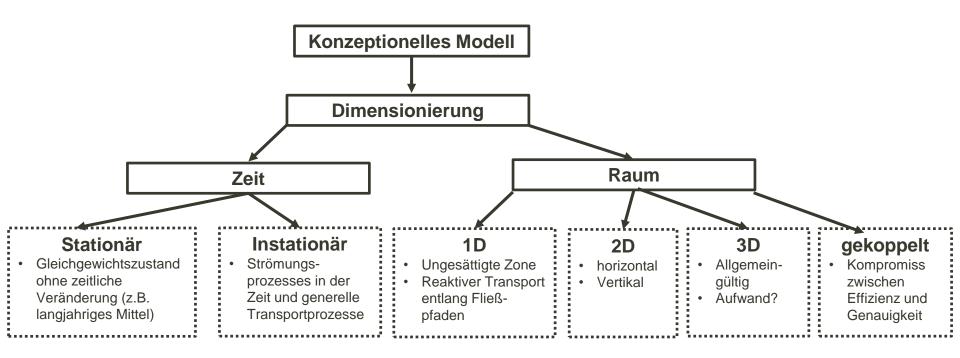
### **Anwendungsbeispiele: Referenzen**

- Nixdorf, E, Sun Y, Su J, Wang Q, Wang T, Kolditz O, Xi B. 2018. Groundwater Risk Sources Identification and Risk Reduction Management in the Song-Liao-River-Basin. In: Chinese Water Systems: Volume 1: Liaohe and Songhuajiang River Basins. Springer. S. 349-398.
- Mao L, Danfeng J, Chifei C, Sun Y, Su J, Xi B, Nixdorf E. 2016. Groundwater Vulnerability Partition in Ashi River Basin. Research of Environmental Sciences 29 (12): 1773–1781
- Sachse A, Nixdorf E, Jang E, Rink K, Fischer T, Xi B, et al. 2017. OpenGeoSys-Tutorial: Computational Hydrology II: Groundwater Quality Modeling. Springer.
- Volpi, G., Magri, F., Colucci, F., Fisher, T., De Caro, M., & Crosta, G. B. (2018). Modeling highly buoyant flows in the Castel Giorgio: Torre Alfina deep geothermal reservoir.
   Geofluids, 2018.
- Schelenz, S., Vienken, T., Shao, H., Firmbach, L., & Dietrich, P. (2017). On the importance of a coordinated site characterization for the sustainable intensive thermal use of the shallow subsurface in urban areas: a case study. Environmental Earth Sciences, 76(2), 73.
- E. Jang, W. He, H. Savoy, P. Dietrich, O. Kolditz, Y. Rubin, C. Schüth, T. Kalbacher, Identifying the influential aquifer heterogeneity factor on nitrate reduction processes by numerical simulation, Advances in Water Resources, Volume 99, 2017, Pages 38-52, ISSN 0309-1708, https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.11.007.He, W., Beyer, C., Fleckenstein, J. H., Jang, E., Kolditz, O., Naumov, D., and Kalbacher, T.: A parallelization scheme to simulate reactive transport in the subsurface environment with OGS#IPhreeqc 5.5.7-3.1.2, Geosci. Model Dev., 8, 3333-3348, https://doi.org/10.5194/gmd-8-3333-2015, 2015.

# Modellbildungsprozess

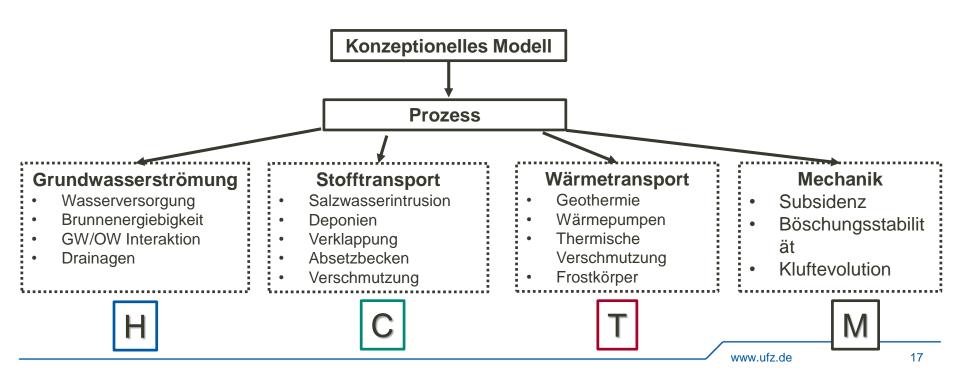


### Modelauswahl: Dimensionen



### Modellauswahl: Prozesse I

 Welche Prozesse soll das Modell abbilden (Überlegungen aus dem Konzeptionelles Modell):



### Modelauswahl: Prozesse II

Je nach Prozessauswahl ergeben sich verschiedene Zielgrößen und Unterprozesse



Hauptprozess	Abhängige Variable	Anwendungsabhängige Komponenten
Strömung	Fluiddruck, Standrohrspiegelhöhe, Grundwasserflurabstand Sättigung,	Poren/Kluft/Karstaquifere Teilsättigung Einphasen/zweiphasen Strömung Ungespannt/gespannte GWL
Wärmetransport	Temperatur, Enthalpie, Innere Energie	Dieselben wie Strömung + Konvektion Wärmeleitung Strahlung
Stofftransport	Konzentration	Dieselben wie Strömung + Konvektion Dispersion Reaktion
Mechanik	Verformung Spannung	Elastische Medien Plastische Medien Viskoelastische Medien

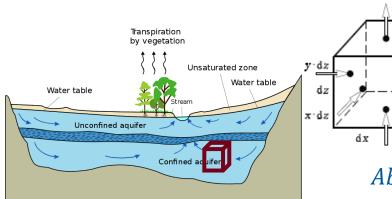
#### Modelauswahl: Prozesse III

- Je nach Prozessauswahl ergibt sich ein unterschiedlicher Datenbedarf, für Grundwasserströmung zum Beispiel (nach Hölting):
  - Geländehöhen, Geologie, Basis und Oberflache der relevanten Schichten (Grundwasserleiter, Grundwassernichtleiter)
  - Vorflutpotenziale an Oberflachengewassern
  - Flächendifferenzierte hydraulische Parameter wie Durchlassigkeitsbeiwerte, Speicherkoeffizienten, Porosität
  - Grundwassergleichen und reprasentative Grundwasserstandsganglinien von Grundwassermessstellen
  - Wechselwirkungen zwischen Oberflachengewassern und Grundwasser (Wasserstände und Leakagekoeffizienten)
  - Standorte und Mengen fur Entnahmen und Versickerungen
  - Flächendifferenzierte Grundwasserneubildung
  - Niederschlag und Verdunstung auf offenen Wasserflachen
- Für Stoff- und Wärmetransport sowie Mechanik erhöht sich der Datenbedarf (z.B. Konzentrationsverteilung, Dispersivitäten, thermische Leitfähigkeit, Wärmekapazität, etc...)

### **Erhaltungsgesetz**

Änderung der Masse in einem Volumenelement über die Zeit = $\Sigma$  des einströmenden Massenstroms in das Volumenelement -  $\Sigma$  des ausströmenden Massenstroms aus dem Volumenelement + Quellterm

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\phi \rho_f V)}{dt} = V\phi \frac{d\rho_f}{dt} + V\rho_f \frac{d\phi}{dt} + \rho_f \phi \frac{dV}{dt} = V \frac{d(\phi \rho_f)}{dt}$$



Anstrom:  $\dot{m} = \rho_f \cdot u \cdot dy \cdot dz$ 

Abstrom: 
$$\dot{m} = \left(\rho_f \cdot u + \frac{\partial(\rho_f \cdot u)}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy \cdot dz$$

Taylor Reihe

### Massenbilanz in einem Kontrollvolumen

mathematischen Ausdruck für die zeitliche Änderung der Masse im Volumenelement

$$\frac{\partial(\phi\rho_f)}{\partial t}dxdydz = \left(\phi\rho_f u - \left(\phi\rho_f u + \frac{\partial(\phi\rho_f u)}{\partial x}dx\right)\right)dydz + \left(\phi\rho_f v - \left(\phi\rho_f v + \frac{\partial(\phi\rho_f v)}{\partial y}dy\right)\right)dxdz + \left(\phi\rho_f w - \left(\phi\rho_f w + \frac{\partial(\phi\rho_f w)}{\partial z}dz\right)\right)dxdy$$

Resultiert in: 
$$\frac{\partial (\phi \rho_f)}{\partial t} + \frac{\partial (\phi \rho_f u)}{\partial x} + \frac{\partial (\phi \rho_f v)}{\partial y} + \frac{\partial (\phi \rho_f w)}{\partial z} = 0$$

• Umschreiben und Quellterme  $\Rightarrow$  Kontinuitätsgleichung:  $\frac{\partial (\phi \rho_f)}{\partial t} + div[\phi \rho_f v_f] - Q_m = 0$ 

# Potentialbasierte Grundwasserströmungsgleichung

Pascalsches Gesetz

$$H = \frac{p}{\rho_f g} + z$$

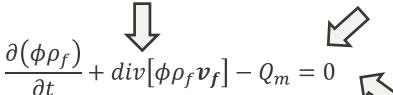
Definition hydraulische Leitfähigkeit

$$K = \frac{\kappa g \rho_f}{\mu}$$

Druckabhängigkeit von Dichte und Porosität

$$\frac{\partial \left(\phi \rho_f\right)}{\partial t} = \left(\rho_f((1-\phi)\beta_m + \phi \beta_f)\right) \frac{\partial p}{\partial t}$$









Darcy Gesetz

$$\phi v_f = -\frac{\kappa}{\mu} grad(p + \rho_f gz)$$



$$S_S \frac{\partial H}{\partial t} - div[Kgrad \ H\ ] - Q_V = 0$$

**Definition Spezifischer** Speicherkoeffizient

$$S_S = ((1 - \phi)\beta_m + \phi\beta_f)g\rho_f$$

Potentialbasierte Gleichung für Fluidströmung durch ein anisotropes gesättigtes poröses Medium

# **Speicherkoeffizient**

$$S_S \frac{\partial H}{\partial t} - div[Kgrad H] - Q_V = 0$$

- In transienten Simulationen beschreibt der Speicherkoeffizient S [-] die Aufnahme/Abgabe von Wasser aus dem Speicher eines porösen Mediums
- Der spezifische Speicherkoeffizient S<sub>s</sub> [L-1] entspricht dem Volumen an Wasser, das aus dem Speicher abgegeben wird pro Einheitsvolumen Grundwasserleiter und pro Einheitsabnahme im Potential.

$$S_S = \frac{S}{M} = \frac{-\Delta V_W}{V \Delta h}$$

 In gespannten Aquifern ermöglicht Kompression (Wasser+Matrix) den Wasseraustausch, in ungespannten Aquifern durch Entwässerung der Poren → S<sub>ungespannt</sub> >> S<sub>gespannt</sub>

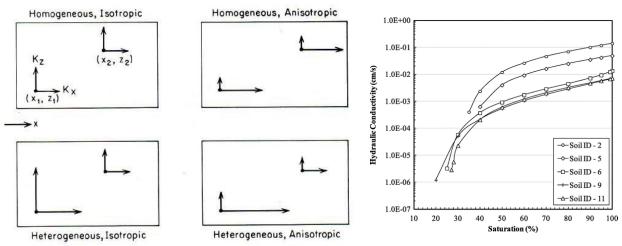
	Values of specific yield, fr	om Jo	nnson	(1967)	
	Material	Specific Yield (%)			
	iviaterial	min	avg	max	
	Unconsolidated deposits				
	Clay	0	2	5	
	Sandy clay (mud)	3	7	12	
١	Silt	3	18	19	
	Fine sand	10	21	28	
	Medium sand	15	26	32	
	Coarse sand	20	27	35	
ĺ	Gravelly sand	20	25	35	
	Fine gravel	21	25	35	
	Medium gravel	13	23	26	
ĺ	Coarse gravel	12	22	26	

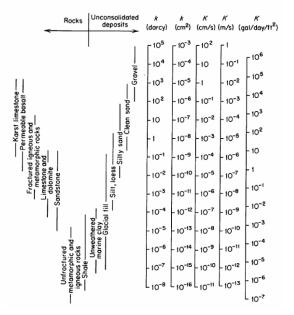
Typical Lithologies	Aquifer Comp- ressibility (ms²/kg)	Specific Storage (m <sup>-1</sup> )
Clay	10%	9.81x10 <sup>-3</sup>
Silt, fine sand	10-7	9.82x10 <sup>4</sup>
Medium sand, fine gravel	10-8	9.87x10 <sup>-5</sup>
Coarse sand, medium gravel, highly fissured rock	10.6	1.05x10 <sup>-5</sup>
Coarse gravel, moderately fissured rock	10-10	1.63x10 <sup>-6</sup>
Unfissured rock	10-11	7.46x10 <sup>-7</sup>

ungespannt

gespannt

# **Hydraulische Leitfähigkeit**



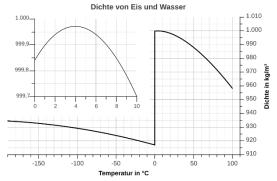


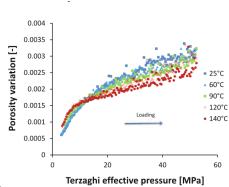
- Hydraulische Leitfähigkeit ist ein Tensor und abhängig von Strömungsrichtung, Aquifertyp und Sättigung
- Für isotrope, homogene Bedingungen gilt:

$$S_S \frac{\partial H}{\partial t} - K\Delta H - Q_V = 0$$

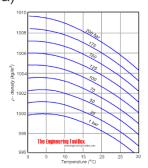
https://tinyurl.com/k4pz8m86

#### Diskussion der Koeffizienten





Temperaturabhängigkeit der Wasserdichte (Wikipedia)



Druckabhängigkeit der Porosität in Sandstein (Hassan et al, 2014)

GSF code	Porosity model	Matrix compressibility
FEHM (Zyvoloski et al., 2011)	$\phi = \phi_0 + \beta_m^* (P - P_0)$	$\beta_m^* = d\phi/dP$
PFLOTRAN (Lichtner et al., 2015)	$\phi = 1 - (1 - \phi_0)e^{-\beta_m(P - P_0)}$	$\beta_m = (1-\phi)^{-1} (d\phi/dP)$
STOMP <sup>a</sup> (White & Oostrom, 2000)	$\phi = 1 - (1 - \phi_0)e^{-\beta_m(P - P_0)}$	$\beta_m = (1 - \phi)^{-1} (d\phi/dP)$
ECLIPSE <sup>b</sup> (Espevold, 2015; Pettersen, 2006)	$\phi = \phi_0 e^{\beta_m'(\rho - \rho_0)}$	$\beta'_m = \phi^{-1} (d\phi/dP)$
BOAST <sup>c</sup> (Fanchi et al., 1982)	$\phi = \phi_0 e^{\beta'_m(\rho - \rho_0)}$	$\beta'_m = \phi^{-1}(d\phi/dP)$
TOUGH2 <sup>b,d</sup> (Pruess et al., 1999)	$\phi = \phi_0 e^{\delta_m'(\rho - \rho_0)}$	$\beta'_m = \phi^{-1}(d\phi/dP)$

#### Implementation im Code (Birdsell et al, 2014)

Vertical, drained compressibilities[5]

Vertical, drained compressibilities[9]		
Material	$\beta$ (m <sup>2</sup> /N or Pa <sup>-1</sup> )	
Plastic clay	$2 \times 10^{-6} - 2.6 \times 10^{-7}$	
Stiff clay	$2.6 \times 10^{-7} - 1.3 \times 10^{-7}$	
Medium-hard clay	1.3 × 10 <sup>-7</sup> – 6.9 × 10 <sup>-8</sup>	
Loose sand	1 × 10 <sup>-7</sup> – 5.2 × 10 <sup>-8</sup>	
Dense sand	2 × 10 <sup>-8</sup> – 1.3 × 10 <sup>-8</sup>	
Dense, sandy gravel	1 × 10 <sup>-8</sup> – 5.2 × 10 <sup>-9</sup>	
Ethyl alcohol <sup>[6]</sup>	1.1 × 10 <sup>-9</sup>	
Carbon disulfide <sup>[6]</sup>	9.3 × 10 <sup>-10</sup>	
Rock, fissured	6.9 × 10 <sup>-10</sup> – 3.3 × 10 <sup>-10</sup>	
Water at 25 °C (undrained)[7]	4.6 × 10 <sup>-10</sup>	
Rock, sound	< 3.3 × 10 <sup>-10</sup>	
Glycerine <sup>[6]</sup>	2.1 × 10 <sup>-10</sup>	
Mercury <sup>[6]</sup>	3.7 × 10 <sup>-11</sup>	

Druckabhängighkeit der Wasserdichte

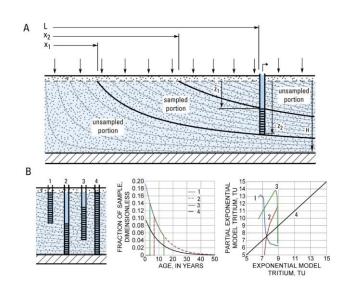
# **Analytische Lösungen**

- Benchmarking von numerischen mathematischen Modellen
- Vermeidung unnötiger Komplexität (Transient, 3D, etc)
- Abschätzung Parametersensitivitäten und Unsicherheiten
- Schärfen der "Modellierintuition" (Haitjema, 2006)

A homogeneous aquifer with constant thickness (H), and porosity ( $\phi$ ), and uniform recharge rate (r) has the following depth-dependent age relation (Vogel, 1967):

$$T(z) = -\frac{H\phi}{r} \ln\left(\frac{H-z}{H}\right) \tag{3}$$

$$au_s = au_{aq} = \left(rac{H\phi}{r}
ight)$$



Jurgens et al 2016; Vogel 1967

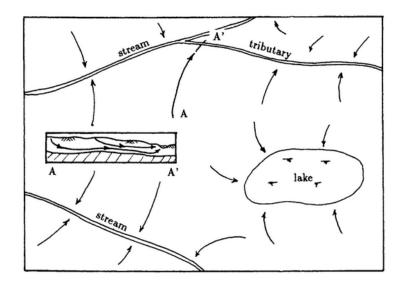
# **Analytische Modelle und Numerische Modelle**

Analytische Modelle	Numerische Modelle
Geringe Rechenzeiten	Iterative Lösungen einer Gleichungsmatrix erfordert höhere Rechenzeiten
Kontinuierlich in Raum und Zeit	Diskret in Raum und Zeit
Benötigen simple Systemgeometrien und Randbedingungen	Lösung transienter, heterogener 3D Systeme mit komplexen Randbedingungen
Einfache Analytische Lösungen sind per Hand lösbar/ komplexere benötigen Computerprogramme	Fast immer Nutzung von Spezialsoftware

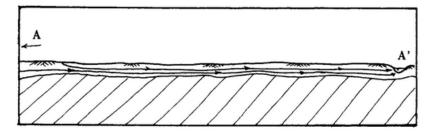


Analytische Lösungsverfahren mit komplexen Geometrien und Randbedingungen sind möglich für lineare Systeme → Analytic Element Method

# Einfache Lösungen, Beispiel



3D Fließfeld in einem regionalen Aquifer (Hajtema et al, 2006)



Profilschnitt A-A' im wahren Maßstab

- Oft ist der Grundwasserfluss weitgehend horizontal (Fließweglänge >> Aquifermächtigkeit)
- Dupuit-Forchheimer-Annahme: Grundwasserpotenziale ändern sich nicht mit der Tiefe
- Reduktion eines 3D-Problems auf ein 2D-Problem

# Lösungen mit reduzierter Dimensionalität

 Integration über die Tiefe (z-Richtung) führt zur zweidimensionalen Grundwassergleichung (∂h/ ∂z=0, ∂K/ ∂z=0)

$$S\frac{\partial H}{\partial t} - div[KMgrad H] - Q_V = 0$$

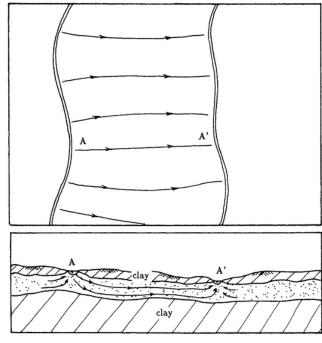
Gespannt, linear

$$S_{y} \frac{\partial H}{\partial t} - div[KHgrad H] - Q_{V} = 0$$

Ungespannt, nichtlinear

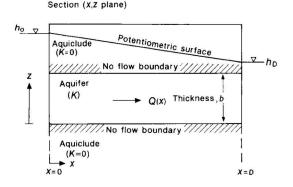
- Das Produkt aus Hydraulischer Leitfähigkeit (K) und Aquifermächtigkeit (M) wird auch als Transmissivität
   (T) bezeichnet
- Beachten Sie, S, ist der Speicherkoeffizient und Sy der "specific yield", ~ effektive Porosität

# Einfache Lösungen: 1D Problem

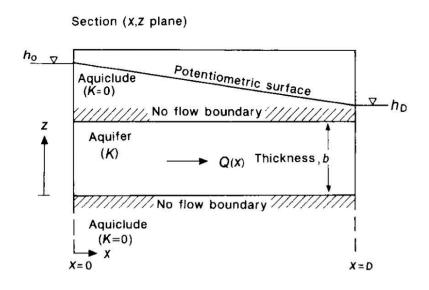


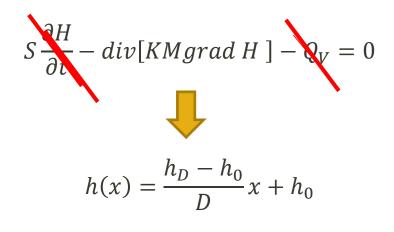
Hajtema et al, 2006

- Grundwasserströmung zwischen zwei Flüssen in einem gespannten Aquifer.
- Annahme: Die Strömung durch den Querschnitt repräsentiert das regionale Fließverhalten und die Dupuit-Forchheimer Annahme gilt
- Wir erhalten ein 1D Problem



# Einfache Lösungen, Beispiel

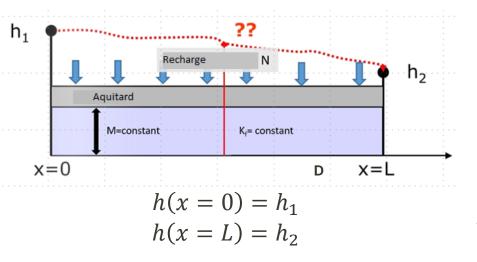




Aber was ist mit dem spezifischen Durchfluss:

$$q_{x} = -K \frac{\partial H}{\partial x} = -K \frac{h_{D} - h_{0}}{D}$$

# Einfache Lösungen, Beispiel



$$S\frac{\partial H}{\partial t} - div[KMgrad H] - Q_V = 0$$

$$h(x) = \frac{N}{2KM}x(L-x) + \frac{h_2 - h_1}{L}x + h_1$$

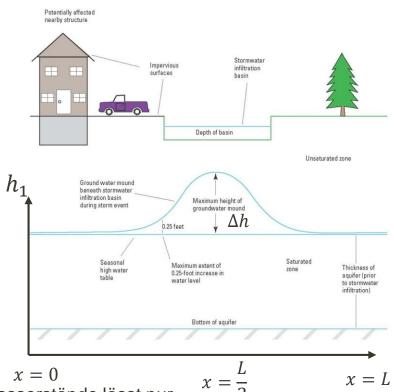
- Gespannter Aquifer mit Grundwasserneubildung
- Annahme: Die teilgesättigte Zone ist klein und hat eine geringe hydraulische Leitfähigkeit → vernachlässigbar.

# Einfache Lösung: Grundwasseraufstauung

- Grundwasseraufstauungen treten unter Regenwasserbewirtschaftungsanlagen auf, die zur Versickerung von Regenwasserabflüssen dienen
- Regionale hydraulische Gradienten werden vernachlässigt  $h_1 = h_2$
- Die Zunahme der Mächtigkeit des Grundwasserleiters durch die Aufstauung ist im Vergleich zur Gesamtmächtigkeit vernachlässigbar  $\Lambda h << M$

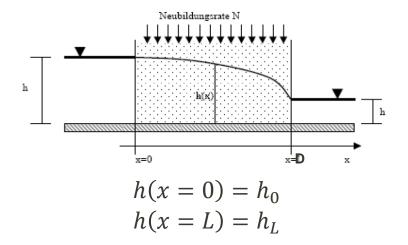
 Die Aufstauung ist in der Mitte des Gebiets am höchsten

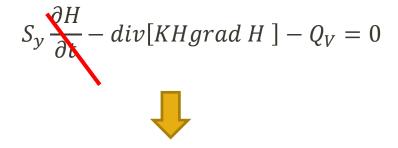
$$\Delta h = h\left(x = \frac{L}{2}\right) - h_0 = \frac{1}{8} \frac{N}{KM} L^2$$



Erkenntnisse für die Modellierung: Die Kalibrierung auf Wasserstände lässt nur Rückschlüsse auf das Verhältnis von Neubildung und Durchlässigkeit zu.

# Einfache Lösungen, Beispiel

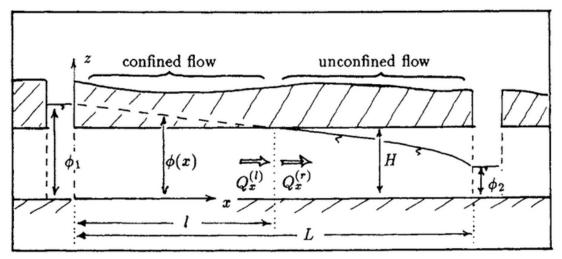




$$h^{2}(x) = \frac{h_{D}^{2} - h_{0}^{2}}{D}x + h_{0}^{2} + \frac{N}{K}x(D - x)$$

- Ungespannter Aquifer mit Grundwasserneubildung
- Annahmen: Die teilgesättigte Zone ist dünn und hat eine geringe Leitfähigkeit→ Vernachlässigbar

# Einfache Lösungen, Beispiele

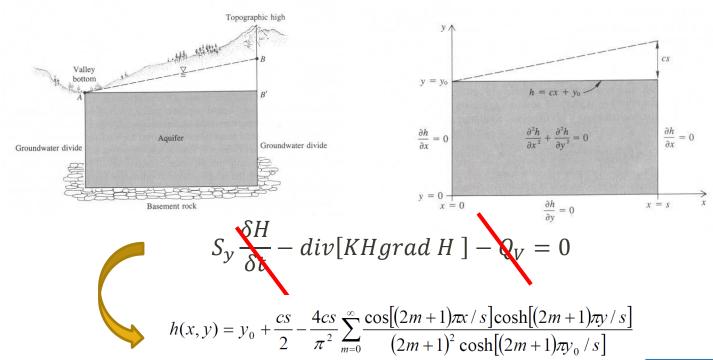


- Mischform:
- Lösung über Massenbilanz am Übergang gespannt/ungespannt

$$l = \frac{2HL(H - \phi_1)}{\phi_2^2 - 2H\phi_1 + H^2}$$

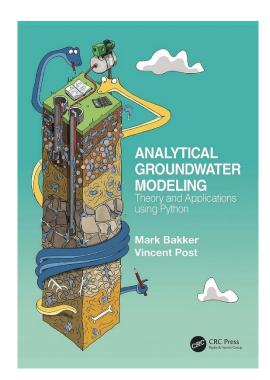
# Einfache Lösungen, Beispiel

Gespannter 2D Aquifer zwischen zwei Wasserscheiden (Toth Strömung)



#### **Analytische Lösungen mit Python**

- Komplexe analytische Lösungen erfordern Computerprogramme.
- Die Umsetzung in Open-Source-Interpreter-Sprachen wie Python macht den Arbeitsablauf transparenter und anpassungsfähiger als die Bereitstellung einer kompilierten ausführbaren Datei.
- Eine gutes Sammlung von analytischen 1D und 2D Lösungen für Strömung in porösen Medien ist publiziert von Bakker und Post (2022)





#### "Regionale Grundwassersysteme"

Veranstaltung im Modul Modellierung von Hydrosystemen

- Teil 2: Parametrisierung und Randbedingungen

Prof. Dr. Olaf Kolditz Dr. Erik Nixdorf

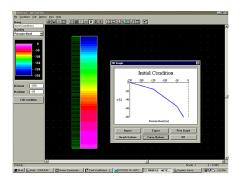
04.07.2025

#### Regionale Grundwassersysteme - Aufbau

- 3 Teile, 2mal Vorlesung und 1mal Übung, Ende gegen 18:10
- a. V1: Grundwasserströmungsgleichung
  - I. Herleitung der Grundwassergleichung in der Potentialform
  - II. Diskussion der Parameter des Grundwasserleiters
  - III. Analytische Lösungen
- b. V2: Parametrisierung und Randbedingungen
  - I. Räumlich-zeitliche Dimensionalität und Diskretisierung
  - II. Randbedingungen und Quellterme
- c. Übung mit OpenGeoSys und ParaView
  - I. Analytische Lösungen vs. OpenGeoSys

#### Modelldimensionalität - Räumlich

Ein-Dimensionale Modelle



 Beispiel: Berechnung der transienten Perkolation in einem Bodenprofil

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial} \left( K(\theta) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right) - S$$

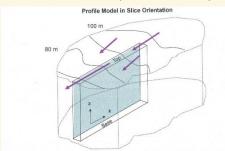
Zwei-Dimensionale Modelle

Planare Modelle (x-y-Modell)

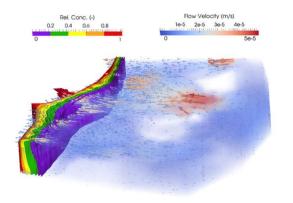




Profilmodelle (x-z-Modell)



 Drei-Dimensionale Modelle



#### 2D-Planare Modelle - Vorteile und Grenzen

- Planare Modelle sind ausschließlich über Randbedingungen an den Seiten definiert
- Austausch mit anderen Aquiferen kann über Leakage-Terme berechnet werden

$$q_L = -\acute{K}_z \frac{\widehat{H} - H}{\acute{b}}$$

- 3D wirksame Hydraulische Elemente (an Modellrändern, homogener Aquifer) befinden sich im Mindestabstand d (Haitjema 2006,p.788):
- $d > 5b\sqrt{\frac{K_h}{K_v}}$ ; b= Aquifermächtigkeit
- Abweichungen gegenüber 3D Modellen korrelieren mit der Stärke des Gradient der Grundwasserspiegellage

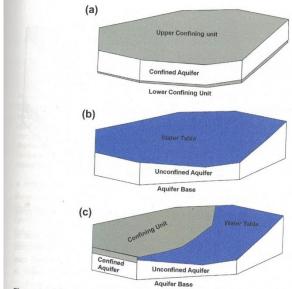
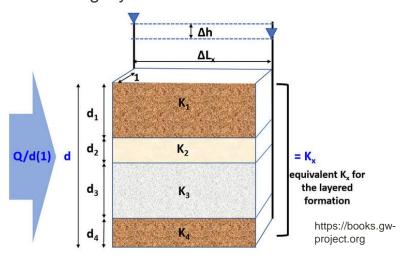


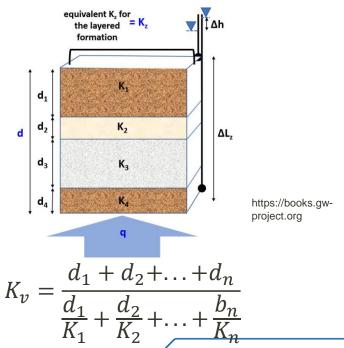
Figure 4.1 Schematic representation of two-dimensional (2D) areal models. (a) Confined aquifer bounded by an upper and lower confining bed. The upper confining bed may be overlain by an unconfined aquifer (see Fig. 4.2), which provides a source of water to the confined aquifer via leakage through the confining bed. Heads represent the potentiometric surface defined by the elevation of water levels in wells penetrating the confined aquifer (see Fig. 4.2). (b) Head in an unconfined aquifer is equal to the elevation of the water table, h, above the base of the aquifer (see Figs. 4.2 and 4.3). The thickness of the model layer is equal to h and varies spatially. (c) A 2D areal model may simulate both confined and unconfined conditions within the same model layer.

# 2D-Planare Modelle : Berechnung von aquivalenten hydraulischen Eigenschaften

 Das Zusammenfassen von hydrostratigraphischen Schichten für die Simulation eines 2D planaren Modells führt zu richtungsabhängigen hydraulischen Parametern zur äquivalenten Repräsentation des Strömungssystems

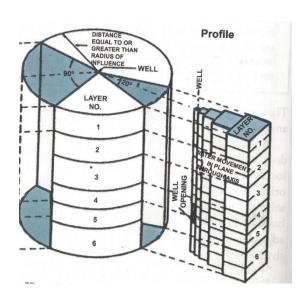


$$K_h = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2 + \dots + K_n d_n}{d_1 + d_2 + \dots + d_n}$$



#### 2D Profilmodelle

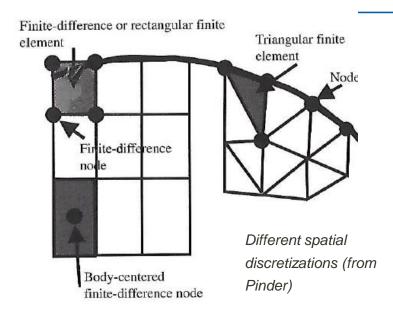
- Profilmodelle repräsentieren einen Schnitt durch das 3D Aquifersystem (x-z Modelle)
- Profilmodelle nehmen an, dass es keine Fließkomponenten senkrecht zum Profil gibt
- Profilmodelle können vertikale Gradienten und Fließpfade darstellen
- Achsensymetrische Profilmodelle können für Radialströmung (z.B. Pumpversuch) genutzt werden
- Nutzung von Profilmodellen vor allem für lokale Strömungsprobleme und nicht für Regionalmodelle



Achsensymetrisches Modell für Simulation eines Pumpversuchs

#### **Netzgenerierung: Motivation**

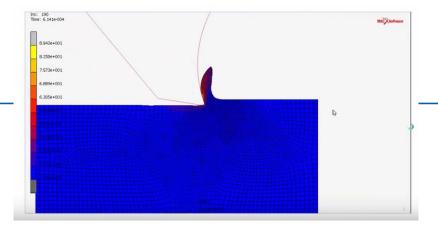
- Numerische Modelle sind nicht kontinuierlich in Raum und Zeit, sondern erfordern eine räumliche und zeitliche Diskretisierung -> Netzgenerierung
- Die zugrunde liegenden partiellen Differentialgleichungen müssen in diskrete Gleichungen überführt werden

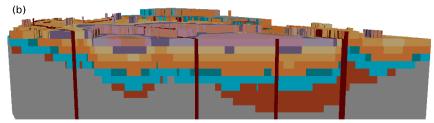


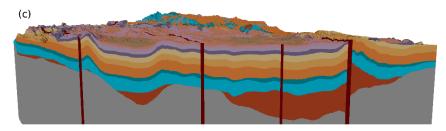
$$div[Tgrad\ H\ ] = S\frac{\partial H}{\partial t} \qquad \qquad \text{N\"{a}herung} \qquad H^{n+1}_i = H^n_i + \frac{T\Delta t}{S\Delta x^2}(H^n_{i+1} - 2H^n_i + H^n_{i-1})$$

## Räumliche Diskretisierung: Vernetzung

- Die Knoten und Elemente bilden das rechnerische Gerüst eines numerischen Modells:
  - Beeinflussen die Genauigkeit der Lösung
  - Beeinflussen die Rechenzeit
  - Beeinflussen die Menge der erzeugten Ausgabedaten
- Obwohl es Methoden für statisches und dynamisches Neuvernetzung gibt (z. B. das Konzept (in z-Richtung) beweglicher Knoten in FEFLOW), wird meist dasselbe Netz für alle Projektphasen verwendet.
- Die Gestaltung eines Netzes, dass den Simulationsanforderungen entspricht, ist entscheidend – und die Netzgenerierung erfordert Zeit!



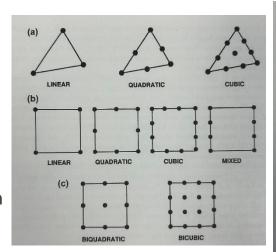


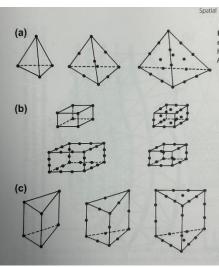


Fischer, T., Naumov, D., Sattler, S., Kolditz, O., Walther, M., 2015.

#### Vernetzung: Design-regeln

- Das Gitter sollte den Modellbereich möglichst genau abbilden, ohne grundlegende Abweichungen von der Realität zu verursachen.
- Wenn sich hydraulische Eigenschaften oder abhängige Variablen über kurze Distanzen stark verändern, müssen die Elemente des Modells klein genug sein, um diese Gradienten angemessen darzustellen.
- Eine Erhöhung der Elementanzahl führt in der Regel zu einem nicht-linearen Anstieg der Rechenzeit in mehreren Teilen des Simulationsprozesses.
- 4. Ein Kompromiss zwischen (2) und (3) ist erforderlich -> ggf. iterativer Prozess

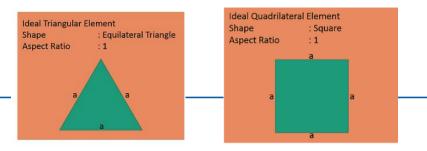


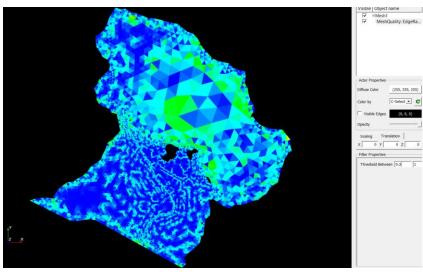


2D and 3D Finite Elements (Anderson et al, 2015)

## Vernetzung: Netzqualität

- FEM-Elemente werden verzerrt, wenn komplexe geometrische Formen abgebildet werden sollen.
- Jedes Element ist so konzipiert, dass es nur innerhalb eines bestimmten Bereichs von Formverzerrungen zuverlässig funktioniert.
- Die ideale Form eines 2D-Dreieckelements ist ein gleichseitiges Dreieck oder ein Quadrat.
- Die Qualität eines Gitters kann anhand verschiedener Parameter bewertet werden, z. B. Aspektverhältnis, Schiefheit, Warping etc.
- Aspektverhältnisse von «1 oder »5 wirken sich negativ auf die Konvergenz der Finite-Elemente-Lösungen aus.





Seitenverhältnis der Dreieckselemente

#### **Vernetzung 3D Netze**

#### Verbesserte Darstellung der Hydrostratigrafie

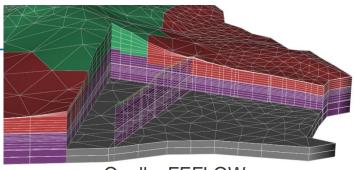
- In 3D-Simulationen entspricht jede Schicht einer stratigrafischen Einheit.
- Die Verwendung mehrerer Schichten pro stratigrafischer Einheit erhöht die numerische Stabilität – v.a. bei geringer Leitfähigkeit.

#### **Anpassung an vertikale Gradienten**

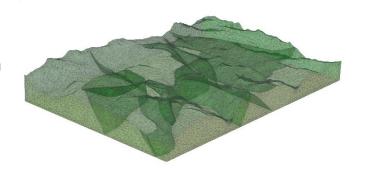
- Die Berücksichtigung von Anisotropie in der hydraulischen Leitfähigkeit erlaubt größere vertikale Abstände, da die stärksten Gradienten meist horizontal verlaufen.
- Die vertikale Auflösung kann entsprechend ohne numerische Verluste von der horizontalen Auflösung abweichen

#### Unstrukturiertes Gitter für höhere Präzision

 Ein vollständig unstrukturiertes Gitterbesteht aus Tetraedern und bietet hohe Flexibilität und Genauigkeit bei der Modellierung komplexer geologischer Strukturen.



Quelle: FEFLOW



$$\Delta z_{adjusted} = \Delta z \sqrt{\frac{K_h}{K_v}}$$

#### Vernetzung: Netzgeneratoren

This is a list of <u>public domain</u> and <u>commercial</u> mesh generators (click here for <u>other sources of interest</u>). I have listened only programs for which online information exists. There is also a <u>section</u> on papers that review mesh generators.

If you are interested in special programs, the following links might guide you directly to interesting places:

- Triangular: <u>Tri></u>
- Quadrilateral: Qua>
- Tetrahedral: <u>Tet></u>
- · Unstructured hexahedral: Hex>
- 2D structured: <u>2str></u>
   3D structured: 3str>
- Surface meshes: Sur>
- · A list of public domain, downloadable and university codes:
  - ADMesh (Anthony D. Martin): A program for processing triangulated solid meshes in STL format. <u>Tri> Sur></u>
  - ANGENER (Vit Dolejsi): 2D triangulation using anisotropic mesh adaptation. Tri>
  - <u>AUTOMESH2D</u> (Shandong University): a fully automatic adaptive quad mesh generator, especially suited for metal forming simulation. <u>Qua></u>
  - CAMINO (Tao Chen): 3D/2D meshing program using a generalized octree/quadtree approach. Tri> Tet>
  - <u>Cart3D (Michael J. Aftosmis)</u>: Pre-processing tools and mesh generator "cubes" for cartesian mesh generation.
     <u>Sur> Hex></u>
  - <u>CGAL mesh generation</u> (<u>CGAL</u>): Various packages for triangle and tetrahedral mesh generation. Distributed
    under a dual license. <u>Tri> Sur> Tet></u>
  - <u>CGM (Tim Tautges)</u>: a code library which provides geometry functionality used for mesh generation and other
    applications.
  - Chimera Grid Tools (William M. Chan): A software package containing a variety of tools for the Chimera
    overset grid approach for solving complex configuration problems. 3str≥
  - <u>COG 2.0 (Ilja Schmelzer</u>): A grid generation package for 2D an 3D grid generation. An essential part is public domain. It's aim is to create Delaunay grids with few nodes for complex geometries. <u>Tri≥ Tet≥</u>
  - COMech (Marcelo Siqueira): AC++ program for generating convey quadrilateral meshes of arbitrary

- 93 Open-Source-Programme und 60 kommerzielle Meshing-Softwares sind in einer Liste aufgeführt (<a href="http://www.robertschneiders.de/meshgeneration/software.html">http://www.robertschneiders.de/meshgeneration/software.html</a>)
- Übersichtsarbeit mit über 70 Einträgen: [http://ima.udg.edu/~sellares/ ComGeo/OwenSurv.pdf]
- Wähle entsprechend deiner Anforderungen!

#### Randbedingungen

- Die Numerische Lösung partieller Differentialgleichung über einen Raum Ω benötigt Informationen über die Statusvariablen (abhängigen Variablen) für bestimmte Teilgebiete: Rand und Initialbedingungen
- Randbedingung: Geometrie der Randbedingung + Art der Randbedingung + Werte der abhängigen Variable oder ihrer Ableitungen

Name	Mathematischer Name	Mathematischer Ausdruck
Constant Head	Dirichlet	$h(x) = f(x)$ , $x \in \partial \Omega_D$
Specific Flux	Neumann	$\left. \frac{\partial h(x)}{\partial n} = \frac{\partial h(x)}{\partial n} \right _0 = g(x) , x \in \partial \Omega_N$
Head-dependent Flux	Robin/Cauchy	$\alpha h(x) + \beta \frac{\partial h(x)}{\partial n} = C(x), x \in \partial \Omega_R$

#### Randbedingungen: Geometry

• Für jedes Teilsegment des Randes <u>muss</u> eine Randbedingung definiert sein  $\partial \Omega = \partial \Omega_D + \partial \Omega_N + \partial \Omega_R$ 

 Ränder für die keine Teilrandbedingung explizit definiert wurden ist eine "No-Flow" Randbedingung

$$\frac{\partial h(x)}{\partial n} = 0$$

- Mehrere Randbedingungen auf einer Geometrie sind grundsätzlich möglich
- Randgeometrien  $\partial \Omega_n$  sind eine Dimension niedriger als das Modellgebiet
- Dirichletrandbedingungen (u.U. auch Neumann/Robin) können zusätzlich auch für "innere Ränder" definiert werden

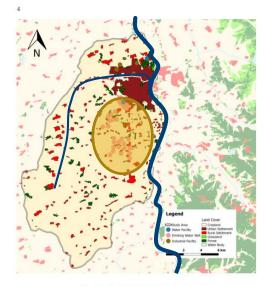


Fig. 1.2: Land use at the study site

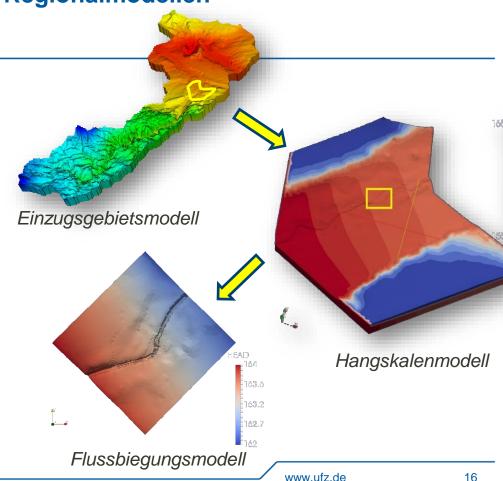
#### Randbedingungen: Zuordnung zu Physischen Elementen

- Physische Randbedingung
- Leicht identifizierbare physische Elemente im Grundwassersystem:
  - Undurchlässiges Gestein: Der Boden oder das Gestein an den Modellrändern als undurchlässig betrachtet wird
  - Oberflächengewässer: Wenn das Grundwassermodell mit dem Oberflächengewässer gekoppelt ist, können physische Randbedingungen den Ein- und Austritt von Oberflächenwasser in das Modellgebiet beschreiben
  - Süßwasser-Salzwasser-Grenze: Bei geringer Dispersion wirkt die Grenzschicht als hydraulische Barriere

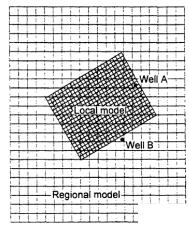
- Hydraulische Randbedingung
- Informationen aus Strömungsnetzen (Gleichenplänen) oder Messstellen:
  - Grundwasserscheide: Die Geometrie von Stromlinien kann als "Nullstrom" Randbedingung genutzt werden
  - Vorgegebenes hydraulisches Potential: Ein bestimmter Wasserspiegel an den Modellrändern, zum Beispiel auf Basis des Gleichenplans
- Insbesondere die Geometrie hydraulischer Randbedingungen ist häufiger zeitveränderlich
  - Alternative: Lokale Randbedingungen aus Regionalmodellen

Randbedingungen: Übernahme aus Regionalmodellen

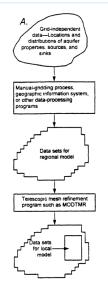
- Geeignete physische Elemente für Randbedingungen befinden sich nicht immer am Modellrand
- Vergrößern des Modellgebietes: Längere Rechenzeiten
- Alternative: Übernahme von Volumenströmen und Hydraulischem Potential aus Regionalmodellen mit oder ohne Rückkopplung
- Ansatz ermöglicht auch Nutzung verschiedener räumlich-zeitlicher Dimensionalität für die jeweiligen Modelle

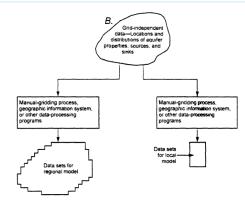


#### Hinweise zur Konstruktion von Detailmodell

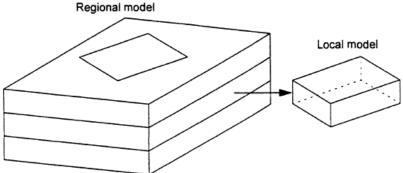


Darf das Koordinatensystem der Lupenmodelle vom GWM abweichen?





Entwicklung des Lupenmodells aus A) Daten des Regionalmodells oder B) aus gitterunabhängigen Ausgangsdaten?
Die Bilanzterme (z.B. GWM) über gleiche Flächen sollten für beide Modelle konsistent sein



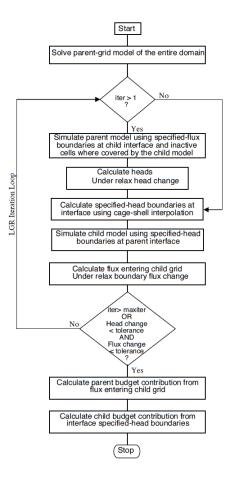
Darf das Detailmodell sich auf bestimmte geologische Schichten beschränken?

# Iterative Modellkopplung : Beispiel MODFLOW

- Einseitige Kopplung (telescopic mesh refinement; TMR) kann Inkonsistenzen bei den Wasserständen und Austauschflüssen an den Schnittstellen zwischen zwei Modellgittern aufweisen.
- Die iterative Kopplung der Bilanzterme (shared node local grid refinement, LGR) bietet eine strengere Kopplung, bei der die Lösungsgenauigkeit durch vom Benutzer definierte Konvergenzkriterien gesteuert wird.
- Bei realistischen Problemen kann dies zu wesentlich genaueren Lösungen führen aber auch einen Anstieg der Rechenzeit bedeuten.
- Die rigorose Kopplung ermöglicht Sensitivitätsanalysen, Parameterschätzungen und Unsicherheitsanalysen, die die Bedingungen in beiden Modellgittern widerspiegeln.

$$head^{updated} = \omega \cdot head^{new} + (1-\omega) \cdot head^{old}$$
$$flux^{updated} = \omega \cdot flux^{new} + (1-\omega) \cdot flux^{old}$$

Relaxation der übergebenen Parameter



## Beispiel: Vilhelmsen et al 2011

#### water

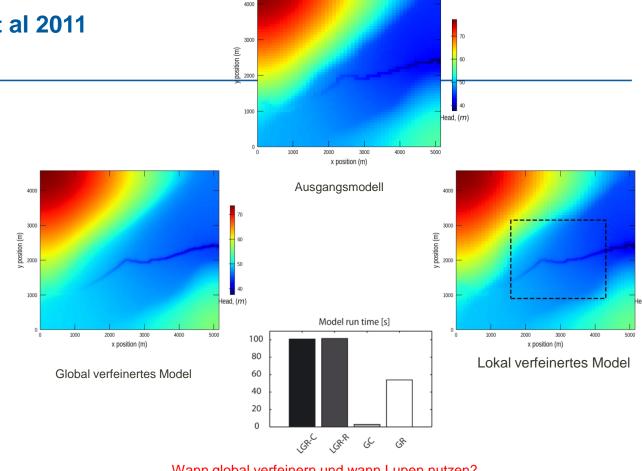
#### Evaluation of MODFLOW-LGR in Connection with a Synthetic Regional-Scale Model

by Troels N. Vilhelmsen<sup>1</sup>, Steen Christensen<sup>2</sup>, and Steffen W. Mehl<sup>3,4</sup>

#### Abstract

This work studies costs and henetics of utilizing local gold refinement (LGR) as implemented in MODFLOW-LCR to simulate quantivate (LGR in selmade) more producted role with a builded timed vallay internating with a regional agalier. Two othersative LCR methods were used: the shared used (SN) method and the gloss tasked (CR) method. To conserve flows the SN and the office of present selection (SN) method and the deposition of the stress of the str

https://ngwa.onlinelibrary.wiley.c om/doi/epdf/10.1111/j.1745-6584.2011.00826.x



Wann global verfeinern und wann Lupen nutzen?

# Zusammenfassung: Gekoppelte Detailmodelle in MODFLOW (Empfehlung von Vilhelmsen et al, 2011)

- Gekoppelte Detailmodelle ist sinnvoll wenn:
- Nur ein Teilbereich, der weniger als 10% bis 15% des gesamten Modellbereichs ausmacht, ist von wesentlichem Interesse für die Verfeinerung.
- Eine erhöhte vertikale und horizontale Auflösung ist in einem oder mehreren Unterbereichen erforderlich, um eine hochauflösende Darstellung lokaler geologischer Merkmale zu erreichen.
- Mehrere Modelle im lokalen Maßstab werden benötigt, aber nicht unbedingt gleichzeitig ausgeführt. Jedes dieser Modelle sollte einzeln einen ziemlich kleinen Teil des gesamten Modellbereichs umfassen.
- Lokale Modelle werden von verschiedenen
   Kooperationspartnern eingerichtet und verwendet, die einen gemeinsamen regionalen Modellbezug benötigen.

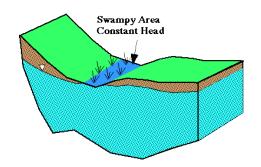
- Globale Verfeinerung ist sinnvoll, wenn:
- Das Gebiet von hauptsächlichem Interesse umfasst mehr als 10% bis 15% des gesamten Modellbereichs.
- Es gibt erhebliche Unterschiede in der hydraulischen Leitfähigkeit hydrogeologischer Einheiten, die dazu führen können, dass iterative Kopplung divergiert oder zu langsam konvergiert.

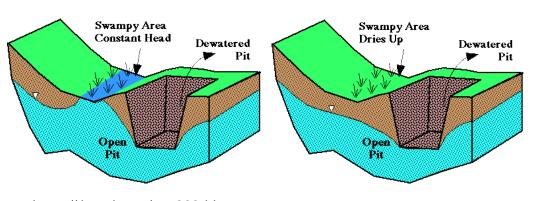
## Randbedingungen: Dirichlet

- Dirichlet: $h(x) = f(x), x \in \partial \Omega_D$
- Die Randbedingung kann auch zeitlich dynamisch sein:  $h(x,t) = f(x,t), x \in \partial \Omega_D$
- Physische Elemente die über Dirichlet Randbedingungen beschrieben werden könnten



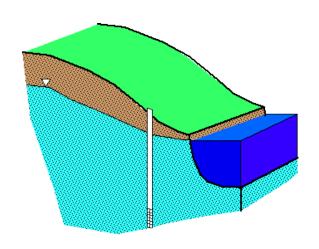
- 2. Meer (Gezeiten?)
- 3. Wasserstandsgesteuerte Entnahmebrunnen
- Wasserreiche Flüsse
- Zeitliche Gültigkeit der Randbedingung?

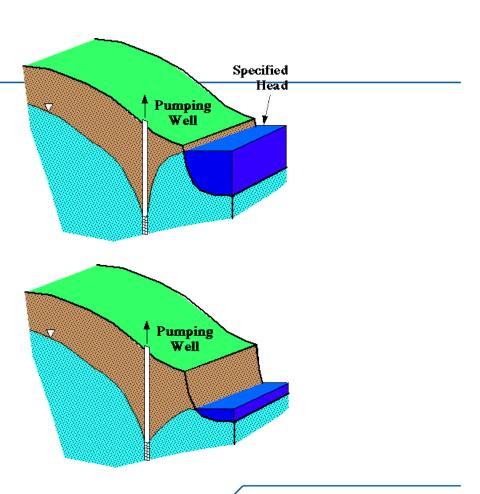




https://tinyurl.com/aca263dd

# **Randbedingungen Dirichlet**





https://tinyurl.com/u4mm2dxs

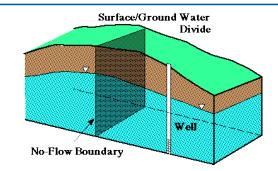
## Randbedingung: Neumann

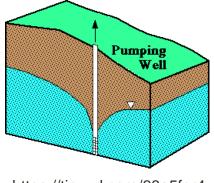
• Neumann: 
$$\frac{\partial h(x)}{\partial n} = \frac{\partial h(x)}{\partial n}\Big|_{0} = g(x)$$
,  $x \in \partial \Omega_{N}$ 

- Die Randbedingung kann zeitlich dynamisch sein:
- Physische Elemente die über NEUMANN
   Randbedingungen beschrieben werden könnten:

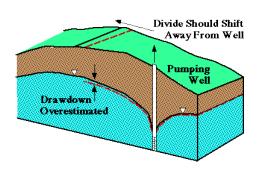


- 2. Grundwasserentnahmen
- 3. Grundwasserscheiden
- Grundwasserneubildung
- 5. Geringleiter (Leakage Faktor)
- 6. Flüsse?
- Zeitliche Gültigkeit?

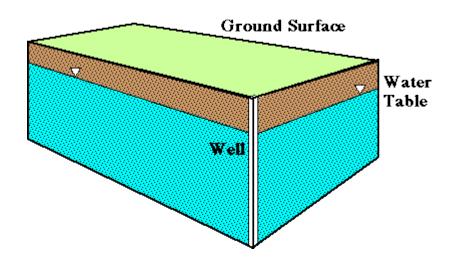




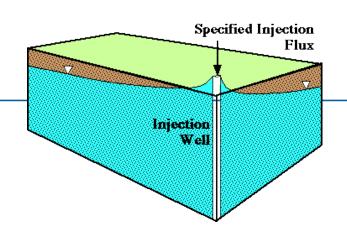


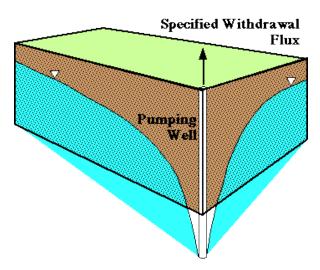


# **Randbedingung Neumann**



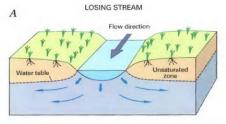
https://tinyurl.com/u4mm2dxs

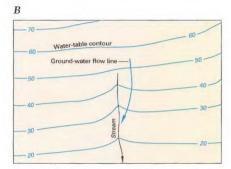




## Randbedingungen: Grund- Flusswasserinteraktion







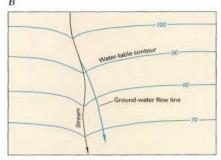


Figure 8. Gaining streams receive water from the ground-water system (A). This can be determined from water-table contour maps because the contour lines point in the upstream direction where they cross the stream (B).

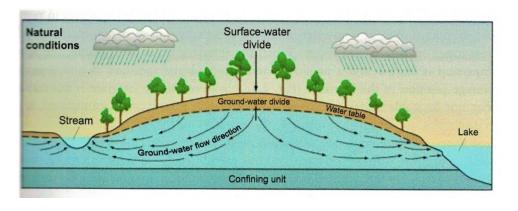
Figure 9. Losing streams lose water to the groundwater system (A). This can be determined from watertable contour maps because the contour lines point in the downstream direction where they cross the stream (B).

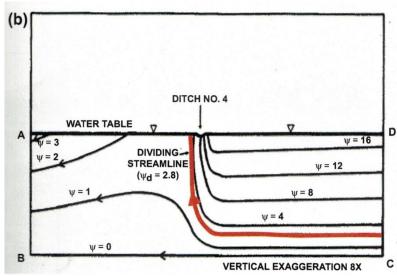
Hydrogeomorphologic Types				
Geomorpho logic typing	Type 1: upper catchment	Type 2: middle course	Type 3: lower catchment	
Interaction scenarios	Interflow dominant in upper catchment	Intermittent in middle course	Groundwater discharge zone	
Hydraulic connection		35	7	
Baseflow separation concept				

Abhängigkeit des Austauschs von der Hydrogeomorphologie [4]

https://tinyurl.com/y25cutv8

# Randbedingungen: Grund- Flusswasserinteraktion



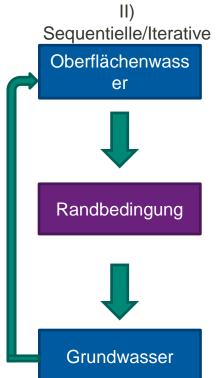


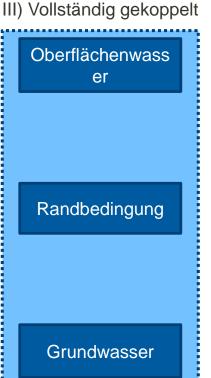
# GW-OW: Modellkopplungsmöglichkeiten (nach Furman

2008) 0: Keine Kopplung I) Degenerierte Kopplung Sequentielle/Iterative Oberflächenwass Oberflächenwass Oberflächenwass er er er Algebraische Gleichung Randbedingung Algebraische

Grundwasser

Gleichung Grundwasser





#### **GW-OW Keine Kopplung**

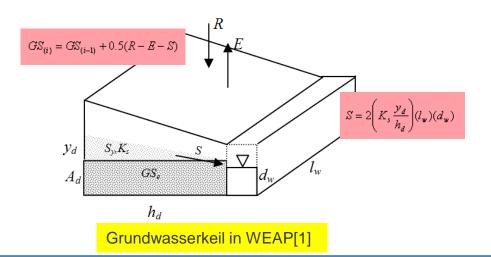
- Oberflächenwasser- und Grundwassermodell besitzen keine Möglichkeit Interaktionen mit dem jeweils andere Kompartiment abzubilden
- Beispiele aus der "Natur" für diesen Ansatz:

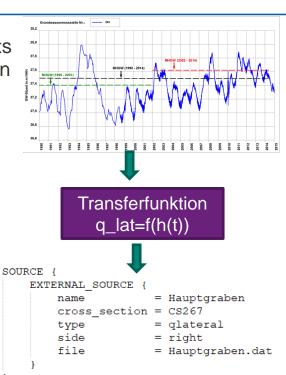




#### I) degenerierte Kopplung

- Simulation des jeweils anderen hydrologischen Kompartiments über vereinfachte analytische Gleichungen, Transferfunktionen etc.
- Keine Informationen über Prozessvariablen des jeweiligen anderen Kompartimentenmodells notwendig





Lateraler Grundwasserstrom als Zeitreihe

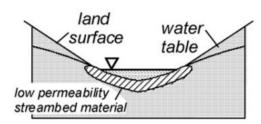
# Grund-Flusswasserinteraktion; Sequentielle/Iterative Kopplung

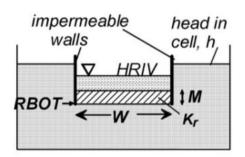
"Leakage Condition":

• 
$$K \frac{\partial h(x,t)}{\partial n} = q_n(x) = c(h_0(x) - h(x))$$

- h<sub>0</sub> könnte das Hydraulische Potential in einem Fluss oder einem See sein
- c ist ein Proportionalitätsfaktor ("hydraulic conductance"), wovon hängt er ab?
- $C_{RIV} = cW = K_G LW/M$ 
  - K<sub>G</sub>=hydraulische Leitfähigkeit der Kolmationsschicht zwischen Wasserkörper und Aquifer
  - L= Länge des Gewässerabschnitts
  - W= Breite des Flusses
  - M= Dicke der Kolmationsschicht

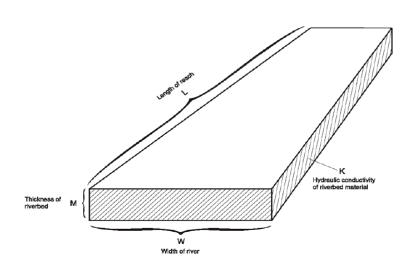
#### **MODFLOW Implementation**





Rushton 2007

# Randbedingungen: Grund- Flusswasserinteraktion



Harbaugh AW (2005) MODFLOW-2005, the U.S. Geological Survey modular ground-water model – the Ground-Water Flow Process. U.S. Geological Survey Techniques and Methods, 6-A16.

• Bitte beachten: C = C(x, t)



https://tinyurl.com/4r5andta

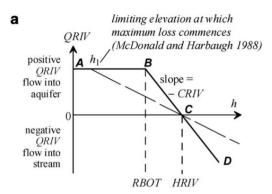


•DOI: <u>10.1029/2018JG00468</u>

31

#### Grundwasser-Oberflächenwasser Interaktion

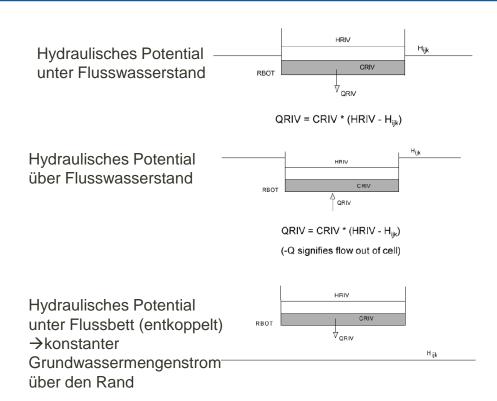
$$Q_{RIV}(x) = C_{RIV}(h_{RIV}(x) - h(x))$$



CRIV = KrLW/M  $QRIV = CRIV (HRIV - RBOT), h \le RBOT$ ORIV = CRIV (HRIV - h), h > RBOT

Rushton 2007

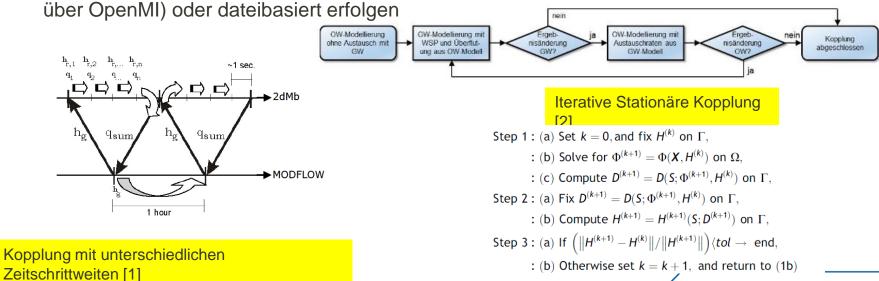
Beachte: q [m/s]; Q[m³/s]



#### II) Sequentielle/Iterative Kopplung

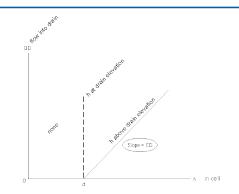
 Bei einer iterativen Kopplung werden je nach Zeitschritt/Iterationsschema die Prozessvariablen neuberechnet

Kopplungsstrategien sind der Situation anzupassen und können entweder speicher- (z.B.



#### Grundwasser-Oberflächenwasser Interaktion: Drainagen, Quellen

- Es kann sinnvoll sein, nur Strömung aus dem GW System heraus zu erlauben
- q(x) = 0 wenn h(x) < d oder
- q(x) = c(h(x) d) wenn h(x) > d
- "d" ist das hydraulische Potential (=Höhe über Datum) des Entwässerungsgrabens
- Auch geeignet für periodische Flüsse und Quellen (dann aber als Q(x) und als Quellterm) sowie Sickerflächen



https://tinyurl.com/2v8ej377



https://tinyurl.com/m494jees



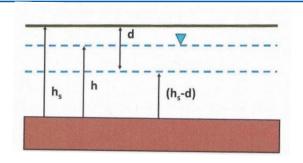
BREND-CUELLEU

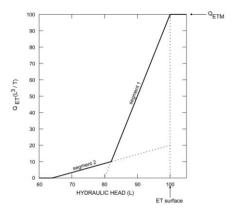
https://tinyurl.com/dcwjwsdb

## Randbedingung: Evapotranspiration aus dem Grundwasser

- Max. Bodenverdunstungstiefe bewuchsfrei
   (d) ~ 50cm (Maddrell, S., Neal, I., 2012)
- Anders bei Bepflanzung, max Tiefe~Wurzeltiefe +x cm
- Q<sub>ET</sub> = 0 für h(x,t)< h<sub>s</sub>- d<sub>EVT</sub>
   → Verdunstung im teilgesätigten Bereich und wird von Neubildungsrate abgezogen
- $Q_{ET} = \frac{R_{ETM}}{d} (h(x,t) (h_S d))$   $\leftarrow$  linearer Ansatz
- $R_{ETM}$  ist die Verdunstung an der Oberfläche
- Q<sub>ET</sub> wird auf die Knoten/Elemente der Grundwasserspiegellage gesetzt

$$\boldsymbol{Q}_{ET} = \boldsymbol{Q}_{ET}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t})$$



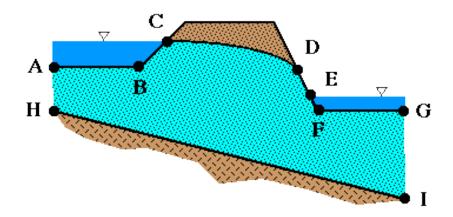


https://tinyurl.com/mt4ck585

www.ufz.de

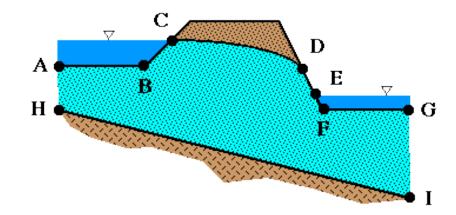
35

- Welche Randbedingungen für welche Randsegmente?
- AH
- ABC:
- CD:
- DE:
- EFG:
- GI:
- IH:



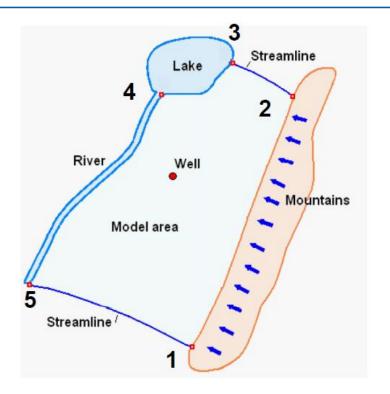
https://tinyurl.com/u4mm2dxs

- Welche Randbedingungen für welche Randsegmente?
- AH Dirichlet
- ABC: Dirichlet/Robin
- CD: Neumann (GW Neubildung?)
- DE: Dirichlet (Wasserdruck=Luftdruck)
- EFG: Dirichlet/Robin
- GI: Dirichlet
- IH: Neumann (No-Flow)



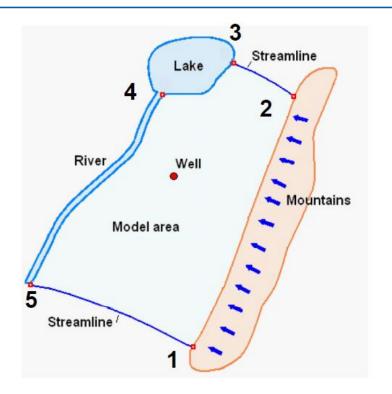
https://tinyurl.com/u4mm2dxs

- **1-2**:
- **2-3**:
- **5**:1:
- **3**:4:
- **4**:5:



Engelhardt, TU Berlin

- 1-2: Neumann
- 2-3: Neumann (Zero-Flux)
- 5-1: Neumann (Zero-Flux)
- 3-4 Dirichlet
- 4-5 Robin



Engelhardt, TU Berlin

#### Modellsenken und Modellquellen

$$S\frac{\partial H}{\partial t} - div[Kgrad\ H\ ] \underbrace{Q_V} = 0$$

- Q<sub>v</sub>=Senken/Quellenterm
- Im Gegensatz zu Randbedingungen befinden sich Quell und Senkterme innerhalb des Modellgebiets
- Physische Elemente für Senken/Quellen sind vor allem:
  - Klimatische Grundwasserneubildung
  - Extraktions/Infiltrationsbrunnen
  - Versickerungsanlagen (Teiche etc)

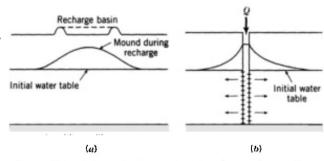


Figure 7.3 Schematic illustration of recharge through ba-

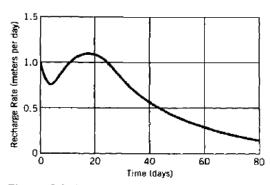


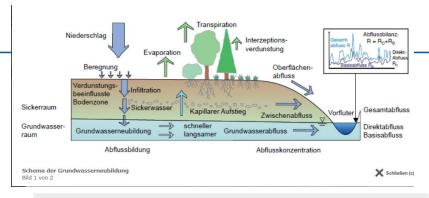
Figure 7.5 Time variation of recharge rate for water spreading on undisturbed soil (from Muckel, 1959).

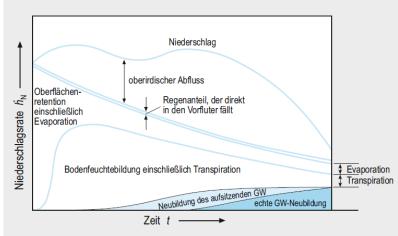
Domenico and Schwarz

#### **Quellterm Grundwasserneubildung**

- Infiltration: Zugang von Wasser durch enge Hohlraume im Erdboden.
- Perkolation: Durchgang des Wassers durch den grundwasserfreien Sickerraum in den Grundwasserleiter
- Grundwasserneubildung: Gemäß DIN 4049-3 (1994) als "Zugang von infiltriertem Wasser zum Grundwasser" definiert und ist ein wichtiges Maß für die natürliche Regenerationsfähigkeit der Grundwasserressourcen
- Grundwasserneubildung ist eine dynamische heterogene Größe, die komplexe bodenhydraulische Prozesse wiederspiegelt

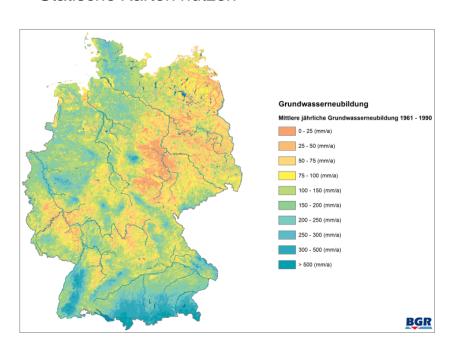
$$rac{\partial heta}{\partial t} = rac{\partial}{\partial z} \left[ K( heta) \left( rac{\partial h}{\partial z} + 1 
ight) 
ight]$$



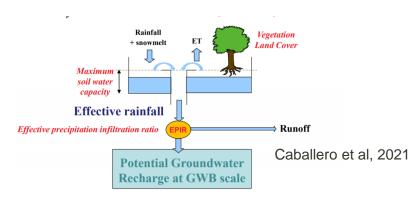


#### Quellterm Grundwasserneubildung: Bestimmung (Beispiele)

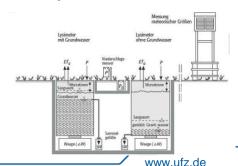
Statische Karten nutzen



Hydrologische Modellierung



Messung über Lysimeter



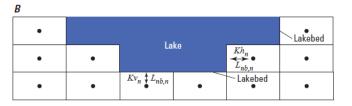
https://tinyurl.com/ycm3yya8

# Räumliche Diskretisierung und Randbedingungen: Typische Modellierungsfehler

- Das Modellgitter ist an geografische Gegebenheiten oder politische Grenzen angepasst, anstatt an das GW-Einzugsgebiet (Beispiel in China: Provinzgrenzen von Jiangxi vs. das Einzugsgebiet des Poyang-Sees).
- 2. Anwendung eines strukturiertes Netz mit deformierten Schichten um einfallende Schichten abzubilden, obwohl ein unstrukturiertes Gitter vorteilhafter wäre.
- Der simulierte Grundwasserspiegel liegt über der Geländeoberfläche in einem Gebiet, das für Trockenheit bekannt ist.
- 4. Ein spezifischer Speicherkoeffizient wird eingegeben, obwohl die Modellsoftware den spezifischen Speicherkoeffizient erwartet oder umgekehrt.
- 5. Punktuelle Messwerte von Parametern werden ohne räumliche Skalierung direkt auf das Modellgitter übertragen.

#### **Problemfall Peitzer Teiche**

- Für ein großskaliges Grundwassermodell (~5000km²) in der Lausitz wird über die Einbindung der Standgewässer nachgedacht
- Für große Tagebaurestseen soll eine Einbindung im Stil des Lake Package von MODFLOW erfolgen
- Für die kleineren Teichlandschaften (z.B. Peitzer Teiche) wird die Art der Einbindung diskutiert:
- a) Lake Package wie MODFLOW
- b) Ignorieren des Seekörpers und Einbindung über Anpassung der GW-Neubildung
  - Schätzen sie bitte den Sachverhalt ein (Datenbedarf, Rechenzeit, Einfluss auf die Wasserbilanz)



#### EXPLANATION

n	GWF cell node	$L_{nb,n}$	Distance between lakebed and GWF cell node
nb	Lake connection	$Kh_n$	Aquifer horizontal hydraulic conductivity
$BLAK_{nb}$	Lakebed thickness	$Kv_n$	Aquifer vertical hydraulic conductivity
$KLAK_{nb}$	Hydraulic conductivity of lakebed material	$CLAK_{nb}$	Lakebed conductance
$A_{nb}$	Area perpendicular to flow direction	$C_{AO_{nh}}$	Aquifer conductance

#### MODFLOW Lake Package



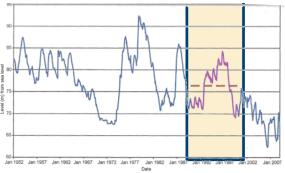
Peitzer Teichlandschaft

#### Zeitdimensionalität: Stationäre Modelle

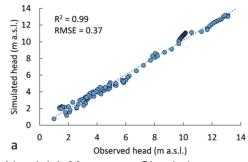
- Stationär :  $\frac{\partial H}{\partial t}$ =0
- Ein stationäres Modell hat keinen Speicherterm S bzw. S<sub>y</sub>
- Alle Randbedingungen und Quellterme sind über das gesamte Modellgebiet wirksam

$$h = \lim_{t \to \infty} h(t)$$

- Stationäre Modelle müssen mit stationären Felddaten kalibriert werden
  - Zeitliche Mittelwerte
  - Messperioden mit geringen Speicheränderungen



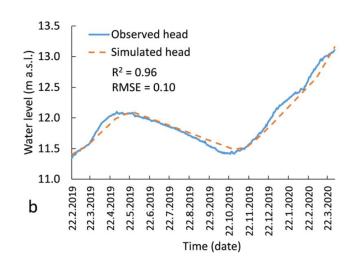
Auswahl Messperiode für Mittelwertbildung



Vergleich Messwerte Simulation

#### Zeitdimensionalität: Transiente Modelle

- Transient :  $\frac{\partial H}{\partial t} \neq 0$
- Initialbedingungen müssen repräsentativ sein
- Der Speicherterm muss für jede Zelle parametrisiert werden
- Transiente Änderungen des Strömungsfeldes können die Randbedingungen beeinflussen
- Transiente Modelle benötigen längere Laufzeiten und haben einen größere Dateiausgabe
- Die Simulationszeit muss angemessen diskretisiert werden



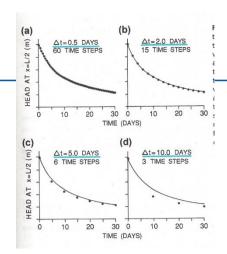
Vergleich Messwerte Simulation

#### **Transiente Modelle: Zeitdiskretisierung**

- Simulationszeit wird in Zeitschritte eingeteilt
- Die Zeitschrittweite Δt beeinflusst den Wasserbilanzfehler
- Trade-off zwischen kleiner Zeitschrittweite für numerische Stabilität und der Rechenzeit
   → Adaptive Zeitschrittsteuerung
- Der initiale Zeitschritt für jede hydraulische Stressperiode kann z.B. für 2D homogene isotrope Modelle, abgeschätzt (Masily, 1986, p. 399) werden :

$$\Delta t_i = \frac{S\Delta x^2}{4KM}$$

 Darauffolgende Zeitschritte können mit Faktor 1.1-1.5 kumulativ vergrößert werden



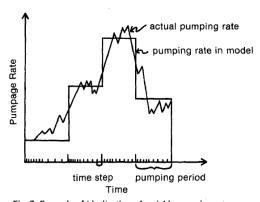


Fig. 9. Example of idealization of variable pumping rates, showing how time step is allowed to increase over each pumping period (after Prickett and Lonnquist, 1971).

# Zeitdimensionalität: Anwendung

Anwendungsbeispiele für Transiente oder Stationäre Modelle

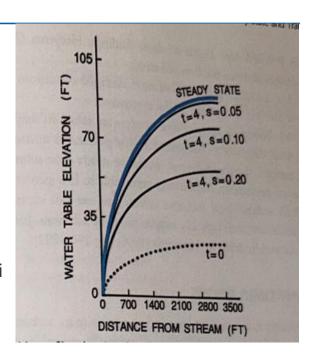
Stationäre Modelle	Transiente Modelle	
Analyse von mittleren Fließverhalten und Fließraten	Simulation von technischen Pumpversuchen	
Berechnung der langjährigen mittleren Wasserabgabe eines Flusses an den Aquifer	Evaluierung der Ausbreitung eines Schadstoffes im Umfeld eines Wasserwerks	
Simulation der Fließrichtungsänderung durch langfristiges Abpumpen von Grundwasser	Berechnung der Wasserspeicherung im Uferaquifer während eines Hochwassers	
Prognose des Einflusses von langanhaltenden Dürren auf die Grundwasservorkommen	Quantifizierung der saisonalen Grundwasserentnahme durch Bewuchs	

#### Zeitdimensionalität: Anwendung

- Transiente Modelle sind komplexer als Stationäre Modelle
- Die Grundwassersystemzeitkonstante ("groundwater system time constant") schätzt die Notwendigkeit eines transientes Modell ab:

• 
$$T^* = \frac{L^2}{D} = \frac{SL^2}{KM} \text{ mit } D = \frac{KM}{S}$$

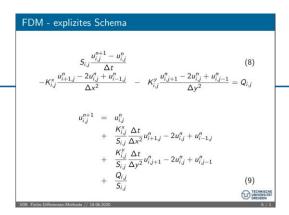
- D ist die Aquiferdiffusivität, je größer D desto schneller reagiert der Aquifer auf Änderungen in den Randbedingungen/Quelltermen
- L ist die charakteristische Systemlänge, z.B der Abstand zwischen zwei großen Oberflächengewässern im Modell
- Transiente Effekte initiiert an t=0 sind nur relevant für t < T\*</li>
- Bei t<sub>end</sub> >T\* kann ein stationäres Modell angewendet werden um den Einfluss der sich verändernden Bedingungen auf das Grundwasserfließverhalten zu untersuchen

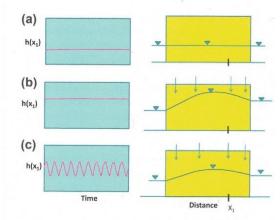


Einfluss des Speicherkoeffizienten auf das Erreichen eines stationären Zustands

# Initialbedingungen

- Erinnern wir uns an die Vorlesung von Professor Kolditz
- Es ist notwendig dem Modell Informationen über den Initialzustand zu übergeben :  $h(x, t = t_0) = h_0(x)$
- Für Stationäre Probleme konvergiert die Lösung normalerweise nach einer Einschwingzeit unabhängig der gewählten Initialbedingungen.
- Für Transiente Probleme kann u.U. die stationäre Lösung als Initialbedingung genutzt werden
- Initialbedingungen k\u00f6nnen genutzt werden um ein Problem in zeitlich verschobene Teilprobleme zu zerlegen (z.B. Tracer Injektions und Verteilungsphase, Pumpregime\u00e4nderungen)





Statische und dynamische Initialbedingungen

## Zeitdiskretisierung: Typische Fehler

- Ein aufwändiges instationäres Modell wird erstellt, obwohl weniger komplexe, stationäre Lösungen das Modellziel zufriedenstellend erfüllen würden.
- Die Einschwingphase einer instationären Simulation ist nicht lang genug, um fehlerhafte Anfangsbedingungen auszugleichen.
- Simulationsergebnisse des ersten Zeitschritts nach Änderung einer Belastungsperiode (stress period) werden zur Entscheidungsfindung herangezogen, obwohl das Ziel die Berücksichtigung des durchschnittlichen Effekts oder der Bedingungen am Ende der Belastungsperiode erfordert.
- Instationäre Effekte breiten sich bis zu einer Modellgrenze aus, die durch eine hydraulische Randbedingung dargestellt wird, ohne dass eine Aktualisierung durch den Modellierer erfolgt.
- Weniger als sechs Zeitschritte sind für die Simulation einer transienten Änderung in den Randbedingungen/Quelltermen festgelegt.

## "Regionale Grundwassersysteme"

Veranstaltung im Modul Hydrosystemanalyse

- Übung: 2D Grundwassermodelle

Prof. Dr. Olaf Kolditz

Dr. Erik Nixdorf

04.07.2025

#### Regionale Grundwassersysteme - Aufbau

- 3 Teile, 2mal Vorlesung und 1mal Übung, Ende gegen 18:10
- I. V1: Grundwasserströmungsgleichung
  - I. Herleitung der Grundwassergleichung in der Potentialform
  - II. Diskussion der Parameter des Grundwasserleiters
  - III. Analytische Lösungen
  - V2: Grundwassermodellierung auf der Einzugsgebietsskala
  - I. Räumlich-zeitliche Dimensionalität und Diskretisierung
  - II. Randbedingungen und Quellterme
  - III. Auswahl des Computercodes --> OpenGeoSys
- IV. Übung mit OpenGeoSys und ParaView
  - I. Analytische Lösungen vs. OpenGeoSys
- V. Klausurfragen...

#### **Einleitung**

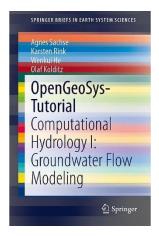
- Die Übung soll Ihnen einen Eindruck vermitteln, wie Simulationen mit OpenGeoSys mit analytischen Ergebnissen überprüft werden können und wie ein zunehmender Grad an Komplexität die Simulationsergebnisse eines regionalen Grundwasserströmungsmodells beeinflusst
- 2 Übungsteile: 1) 2D Flächenmodell: Vergleich analytische/numerische Lösung: Grundwasserströmung mit Grundwasserneubildung
   2) 2D Profilmodell: Fließpfadanalyse
- Die Daten liegen auf dem USB Stick (Order "U") und auf der Cloud
- Diese Übung setzt voraus, dass sie Grundlagen über den Aufbaus der OpenGeoSys6
   Eingangsdatei (\*.prj Datei) sowie der Nutzung von ParaView besitzen

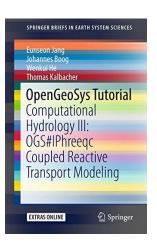
#### **OpenGeoSys**

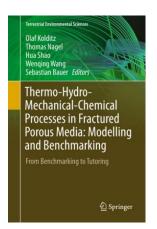
- Simulationssoftware für thermisch-hydraulisch-mechanisch-chemische (THMC) Prozesse in porösen und geklüfteten Medien
- Ursprünglich als Fortran-Code Rockflow in den 1980er Jahren entwickelt, später in C implementiert und heute in verschiedenen Varianten der Programmiersprache C++ verfügbar
- +10 Jahre Entwicklung von OpenGeoSys 6 mit dem Ziel, eine numerische Lösung für vollständig gekoppelte THMC-Prozesse zu bieten
- Objektorientiertes Design, das modularen und gut gekapselten Quellcode ermöglicht Code-Review und kontinuierliche Integration (CI)
- OGS wurde erfolgreich in den Bereichen der regionalen, kontaminationsbezogenen und küstennahen Hydrologie, in der Grundlagen- und Geothermie, im geotechnischen Ingenieurwesen, in Energiespeichersystemen, zur CO<sub>2</sub>-Speicherung und -Sequestrierung sowie in der Endlagerung und Entsorgung radioaktiver Abfälle eingesetzt.

#### **OpenGeoSys: Dokumentation**

- Software, Tutorials, Dokumentation @ <a href="https://www.opengeosys.org/">https://www.opengeosys.org/</a>
- Source Code, Benchmarks @ https://gitlab.opengeosys.org/ogs/ogs
- Nutzer forum @ <a href="https://discourse.opengeosys.org/">https://discourse.opengeosys.org/</a>



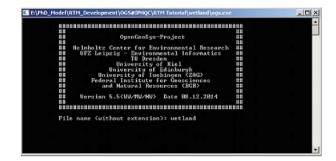




#### **OpenGeoSys Kontrollstruktur**

- Zentraler Teil vom (kompilierten OGS) ist das Kommandozeilentool (ogs.exe)
- Gegenwärtig ist es in der Version 6.5.2 verfügbar ( wir nutzen jedoch Version 6.4.4, bitte von der Cloud /USB Stick oder https://www.opengeosys.org/releases/6.4.4/ runterladen)
- OGS muss grundsätzlich 3 Dinge wissen um eine Simulation zu starten:
  - 1. Eine Beschreibung des Problems
  - 2. Ein FEM Netz auf dem das Problem gelöst wird
  - Eine geometrische und mathematische Beschreibung der Randbedingungen





Kommandozeilen-Tool

#### **OGS Kontrollstruktur**



```
<?xml version="1.0" encoding="ISO-8859-1"?>
=<OpenGeoSysProject>
    <meshes>
    cesses>
    <media>
    <time loop>
    <parameters>
    cess variables>
    <nonlinear solvers>
    <linear solvers>
</OpenGeoSysProject>
```

Projektdatei zur Problembeschreibung





```
<VTKFile type="UnstructuredGrid"</pre>
  <UnstructuredGrid>
                                        erOfCells='
    <Piece NumberOfPoints="97"
      <PointData>
      </PointData>
       <CellData>
                                  Name="CellEntity
         <DataArray type=
      </CellData>
      <Points>
</VTKFile
```

VTU Datei die as FEM Netz und die Geometrie beschreibt



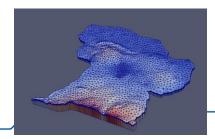
GML Datei zur Geometriebescheibung (outdated)



Kommandozeilentool

Unstrukturierte Gitter als VTU Dateien die Simulationsergebnisse als Data-Array enthalten





#### **OGS: Conceptual Structure**

- Seit OGS version 6 wird das gesamte Modell Set-up mit einer einzigen Projektdatei (\*.prj) koordiniert (früher: zahlreiche einzelne Dateien).
- Dies ist eine XML-Datei (Extensible Markup Language), die die jeweiligen Prozesse, Netze und Parameter hierarchisch mittels sogenannter "Tags" strukturiert.

  - Ein End-Tag für das Ende eines Prozesses usw.: 
    /property>, d.h. mit "/".
  - Diese können ähnlich wie HTML verschachtelt werden. Baumstruktur.
  - Teile der XML-Datei können über Verlinkungen eingebunden werden.
- Neben der \*.prj-Datei k\u00f6nnen externe Dateien verlinkt werden, um Systemzust\u00e4nde zu beschreiben (einschlie\u00ddlich Anfangsbedingungen usw.).
- Zusätzlich können externe Python-Skripte eingebunden werden, z.B. um eigene "dynamische" Randbedingungen zu erstellen.
- Alle verfügbaren Tags sind in der Quellcode documentation beschrieben https://doxygen.opengeosys.org/d3/d36/ogs\_file\_param\_\_prj.html

#### **OGS: Conceptual Structure**

```
145
146
                  <!-- (B4) Je nach Prozess-Klasse gibt es z.T. verschiede Methoden, um diese an andere Prozesse zu koppeln (z.B. Feedback
147
                            zwischen Wasserströmung und Stofftransport). Viele Prozessklassen benötigen diesen Tag nicht explizit, da jeweils
148
                            nur ein Modus verfügbar ist. ansonsten sind möglich: 'use monolithic scheme' (monolitsches Verfahren = alles in
149
                            einem) oder 'staggered' (Operator-Splitting-Verfahren). Was jeweils einzustellen ist, hängt man wieder von
                            der Situation ab (vergleiche Benchmarks) -->
                  <coupling scheme>staggered</coupling scheme> <!-- das ist ein Beispiel -->
154
                  <!-- (B5) Im Tag 'process variables' werden die zu berechnenden primären Variablen deklariert. Diese sogenannten primären
                            Variablen werden im Rahmen der numerischen Berechnung durch OGS selbst benötigt. Es ist wichtig, hier alle
                            notwendigen Variablen zu nennen, welche in der Simulation aktiv benötigt werden, aber auch nicht mehr. Fehlen
                            Variablen, so schlägt die Simulation im besten Fall fehl.
                            Die Variablen hängen vom Prozesstyp ab. Für einige Prozessvariablen gibt es dabei vordefinierte Tags wie z.B.
                            'concentration' oder 'pressure'. Manchmal wird aber auch der generalisierte Tag 'process variable' verwendet
164
                             (Achtung, ohne "s", also Einzahl).
166
                              - LIQUID FLOW -> Tag 'process variable'
                              - RichardsFlow -> Tag 'process variable'
                              - ComponentTransport -> Tags 'concentration' und 'pressure'
                              - HT -> Tags 'temperature' und 'pressure'
                              - THERMO HYDRO MECHANICS -> Tags 'displacement', 'temperature' und 'pressure'
                            Die jeweiligen Variablen-Tag-Namen findet man unter https://doxygen.opengeosys.org/ nach Auswahl der entsprechenden Prozess-F
                            Besonders bei dem Tag 'process variable' muss man vorher wissen, was dahintersteckt. In den meisten Fällen bei den
176
                            Prozess-Klassen in der Hydro (geo) logie handelt es sich um eine Variable des Pressure-Typs, aber nicht immer. Also aufpassen!
                            Die zwischen den Tags gesetzten Variablennamen sind frei wählbar, müssen aber zu den am Ende der Datei definierten Parametern
                            ebenso zu den ggfs. in den Meshs definierten Namen.
                            Eine Ausnahme stellen Konzentrationen von chemischen Elementen bei verwendung von PhreeqC. Dann müssen die Benennungen den Vo
                            von PhreeqC folgen. Eine weitere Besonderheit von PhreeqC ist hier, dass nicht alle Elemente in OGS definiert werden müssen,
                            nur solche, welche abseits der Reaktion aktiv transportiert werden sollen. -->
184
                  cess variables>
186
                      <concentration>Cs</concentration> <!-- das ist ein Beispiel -->
187
                      >pressure</pressure> <!-- das ist ein Beispiel -->
                      <!--... oder Letztere Pressure-Variable alternativ in generalisierter Form.
```

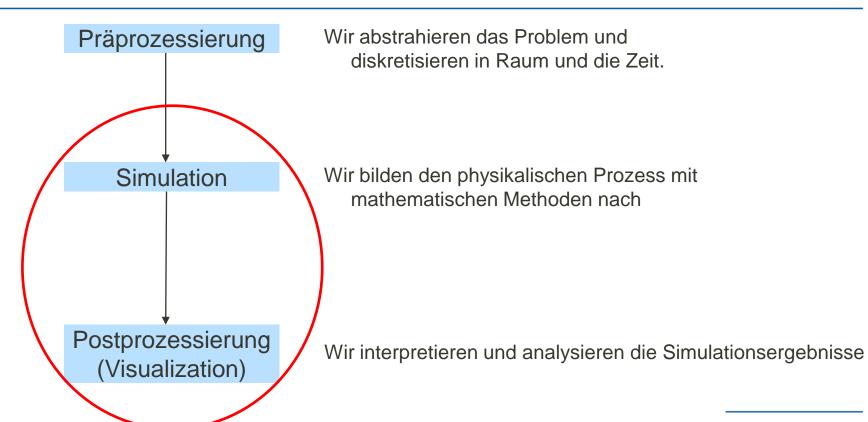
#### **OGS Conceptual Structure**

- Die Projektdateien folgen normalerweise der folgenden Grundstruktur (mit bestimmten Modifikationen je nach der simulierten Prozessklasse), die Reihenfolge ist dabei unwichtig, nur die Baumstruktur muss eingehalten werden:
  - a) Verweis auf externe Dateien (Netz, Geometrien, Python-Skripte).
  - b) Beschreibung der zu simulierenden Prozesse
  - c) Beschreibung des Systems, in dem die Prozesse stattfinden (Feststoffeigenschaften, Fluideigenschaften usw.).
  - d) Zeitdiskretisierung (einschließlich Definition des Ausgabeformats).
  - e) Definition von Systemparametern (z.B. hydraulische Leitfähigkeit, Porosität, ...).
  - f) Definition von Beziehungen zur Vorbereitung von z.B. zeitvariablen Randbedingungswerten.
  - g) Definition von Prozessvariablen (Variablenwerte während der Simulation) und gleichzeitig Definition von Randbedingungswerten und -typen usw.
  - h) Einstellungen für den Gleichungslöser.

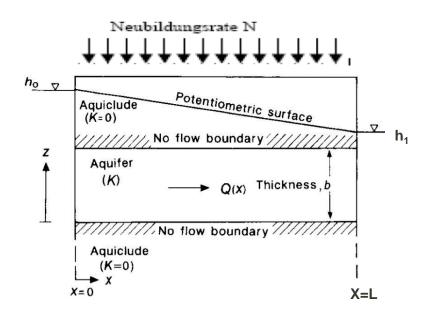
#### Verständnisfragen

- Schauen sie sich die Projektdatei (neubildung\_planar.prj) im Ordner planar\_model/Projektdatei an
- Einige Verständnisfragen hierzu:
  - Wie viele Mesh-Dateien werden geladen?
  - Welche Prozess-Klasse wird betrachtet?
  - Welche Randbedingungen werden angesetzt?
  - An welcher Stelle wird die Grundwasserneubildung realisiert?
  - Wie lange wird simuliert? Wie viele Zeitschritte werden ausgegeben?
  - Wieviel Dimensionen hat das Modell (1D, 2D, 3D)?

#### **ModelInutzung: Kurz**



#### Teil I: Analytische vs Numerische Lösung



$$S\frac{\partial H}{\partial t} - div[KMgrad H] - Q_V = 0$$

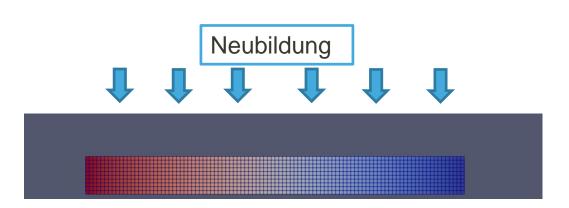
- Grundwasserströmungsgleichung gespannter Aquifer:
- Lösung 1D mit Neubildung:

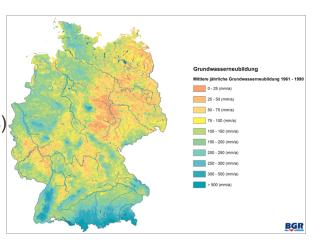
• 
$$H = h_0 + \frac{h_1 - h_0}{L} x + \frac{N}{2KM} x (L - x)$$
 (1)

Gespannter Aquifer mit Neubildung

# Übung OGS: Grundwasserneubildung

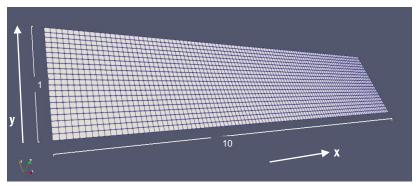
- Aufsetzen Grundwasserneubildung auf das Modell (10x1x1m)
  - Neubildung N: 100mm/a ~~3.18e-9 m³/(m²\*s)
  - Homogener Untergrund:  $K = 9.81 * 10^{-7} \frac{m}{s}$
  - Setzen als Neumannrandbedingung auf die Modelloberkante
  - Links/Rechts Dirichlet Randbedingungen (1.1m links, 1m rechts)





#### Numerische Berechnung der GW-Oberfläche

- Grundlegende Modellgeometrie und Mesh
- Wir diskretisieren unser Problem in 2D mit einer Länge in x von 10m und y=1m.
- Zellen: 0.1 m x 0.1 m, also 100 Zellen in x-Richtung und 10 Zellen in y-Richtung
- Für die Erzeugung einfacher(strukturierter) 2D FEM Netze gibt es ein kleines Kommandozeilentool
   @https://www.opengeosys.org/docs/tools/meshing/structured-mesh-generation/



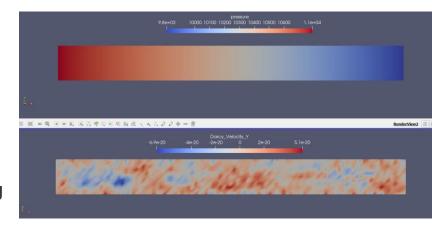
Befehl zum Erzeugen dieses Meshes über die OGS-Tools wäre: generateStructuredMesh -o domain.vtu -e quad --lx 10 --ly 1 --nx 100 --ny 10

# Übung OGS: Grundwasserneubildung

- Wir simulieren ein OGS 2D Modell, welches die Draufsicht auf den Aquifer darstellt ( Order: planar\_model) →quasi 1D Strömungsproblem
- Füllen sie die Lücken "<!-- --> " in der Projektdatei neubildung\_planar.prj
- Da die Prozess Variable des LIQUID\_FLOW der Druck ist, wird das Pascal'sches Gesetz angewandt

#### **Planares Modell**

- Erstellen Sie ein Verzeichnis namens run\_planar\_model
- Kopieren Sie ogs.exe und die ausgefüllte Projektdatei in dieses Verzeichnis
- Kopieren Sie die Netze domain.vtu, pl\_left.vtu und pl\_right.vtu in das Verzeichnis
- Öffnen Sie ein Terminal (cmd.exe), ggf. im Administrator Modus
- Gehen Sie mit dem Befehl cd in das Verzeichnis
- Geben Sie ein: ogs.exe neubildung\_planar.prj -l debug



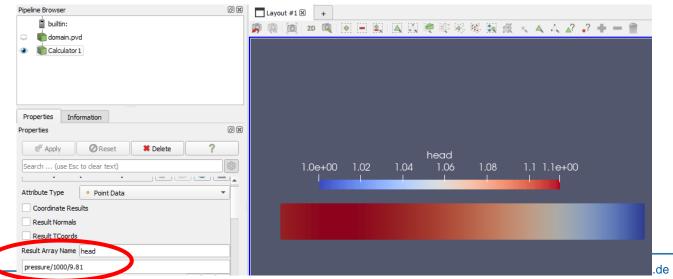
#### Postprozessierung: Anzeige des Hydraulischen Potentials

Laden sie die Datei domain.pvd in ParaView



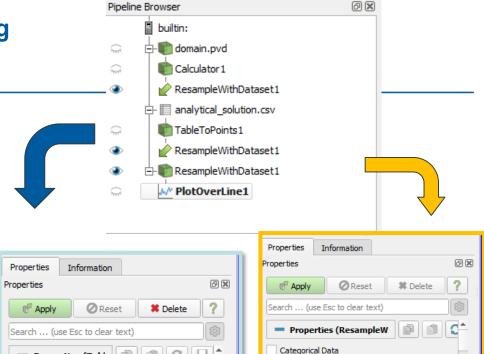
18

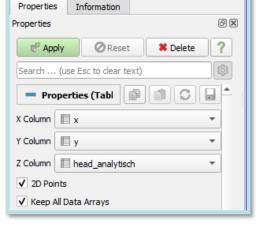
- Unter Nutzung des Time Slider can das Ergebnis für jeden Simulationszeitschritt visualisiert werden ->
  Stationär im Beispiel = 1 Zeitschritt
- Der Druck wird in das hydraulische Potential ("head") über einen Filter (Calculator) umgerechnet (h=p/(rho\*g)



# Vergleich mit der analytischen Lösung

- Lade analytical\_solution.csv in ParaView
- Anwendung TableToPoints zur Visualisierung der analytischen Ergebnisse im Render View
- Die analytischen und numerischen Ergebnisse werden mit dem ResampleWithDataset Filter zu einem Datensatz zusammengefasst
- Wähle das TableToPoints Objekt als
   SourceDataArray und Calculator1 Objekt als
   DestinationMesh
- Beachte, dass die Toleranz auf 0.05 gesetzt und
   Snap to Cell with Closest Point ausgewählt ist
- Anwendung von PlotOverLine um einen vergleichenden Graphen im Wertebereich 0<x<10 und 0.5<y<0.5 zu erstellen</li>







Pass Cell Arrays

✓ Pass Point Arrays

Pass Field Arrays

✓ Pass Partial Arrays

Tolerance 0.05

Compute Tolerance

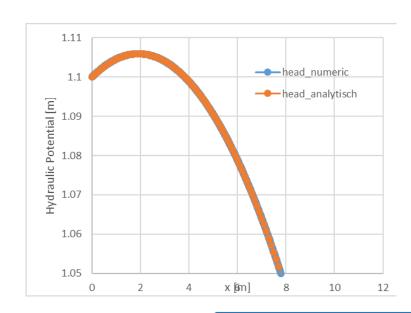


# Übung OGS: Grundwasserneubildung

- Vergleichen sie das Ergebnisse mit der analytischen Lösung
- Grundwasserscheide im Modellgebiet ist ein Extremwert  $\Rightarrow \frac{dH}{dx} = 0$

$$x_0 = \frac{L}{2} + \left( \left( \frac{h_1 - h_0}{L} \right) KM \right) \frac{1}{N}$$

• Einsetzen der Parameter ergibt für die innere Grundwasserscheide die Position  $x_0 = 1.92m$ 



# Übung OGS: Profilmodell

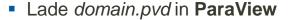
- Wir überführen das planare Modell in ein Profilmodell (Ordner profil\_model) und setzen die Neubildung auf das obere Linienelement
- Im Profilmodell gibt es auch eine Geschwindigkeitskomponente in Y-Richtung →2D Strömungsproblem
- Ersetze die Lücken ("<!-- --> ") in neubildung\_profil.prj
- Externe Software (z.B. <u>www.xmlvalidation.com</u>) kann genutzt werden um formelle Fehler in der prj Datei zu finden
- Kopiere alle vtu Netzdateien und die prj-Datei in den zu erstellenden Ordner run\_profil\_model
- ogs.exe in den Ordner kopieren und im Terminal ogs.exe neubildung\_profil.prj ausführen

C:\Users\Erik\Desktop\Lehre\Zheda\exercise\_material\E2\_2\datasets\confined\_recharge\_profil results\_to\_compare>ogs.exe confined\_recharge\_profile.prj -l debug info: This is OpenGeoSys-6 version 6.4.1.



```
Eingabeaufforderung
     === Time stepping at step #100 and time 8.64e+10 with step size 8.64e+08
     Assemble LiquidFlowProcess.
      [time] Assembly took 0.0043012 s.
      timel Applying Dirichlet BCs took 0.000187 s.
        solve with BiCGSTAB (precon ILUT)
        residual: 2.182990e-19
     [time] Linear solver took 0.0057913 s.
      [time] Iteration #1 took 0.0136927 s.
     [time] Solving process #0 took 0.0141696 s in time step #100
     Compute the velocity for LiquidFlowProcess.
      [time] Time step #100 took 0.016718 s.
      output to domain_cs_recharge_p_ts_100.vtu
      Writing output to 'domain cs recharge p ts 100.vtu'.
arning: Ascii data cannot be compressed, ignoring compression flag.
     [time] Output of timestep 100 took 0.0230728 s.
     The whole computation of the time stepping took 100 steps, in which
        the accepted steps are 100, and the rejected steps are 0.
 fo: [time] Execution took 1.89362 s.
     OGS terminated on 2023-12-23 04:35:57+0100
```

# Übung: Berechnung der GW-Geschwindigkeit





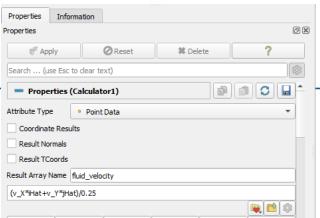
- Erstelle einen Parameter velocity vector mit einem
   Calculator
- Wichtig!: Die Sekundärvariable velocity im LIQUID\_FLOW Prozess beschreibt nicht die Fließgeschwindigkeit des Fluids im Porösen Medium
- Stattdessen repräsentiert der Wert das Produkt aus hydraulischen Gradienten und Leitfähigkeit

$$q = -Ki = -\kappa \frac{\rho_F}{\mu_F} g \nabla H = -\frac{\kappa}{\mu_F} \nabla p$$

 Daraus kann die GW-Geschwindigkeit über die Porosität φ berechnet werden:



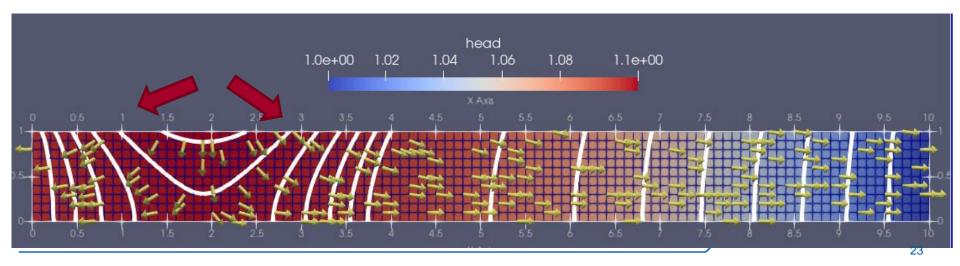
 Nutze den Glyph and Countour filter zur Visualisierung der Geschwindigkeitsvektoren



Properties Information Informa			<u> </u>
⊕ Apply	Reset	# Delete	?
Search (use Esc to de	ar text)		(8)
Properties (Glyp	oh1)	ē	
Glyph Source			
Glyph Type Arrow			•
Tip Resolution		50	
Tip Radius		0.3	
Tip Length		0.35	
Shaft Resolution =		10	
Shaft Radius ====		0.1	
Invert			
Orientation			
Orientation Array	fluid_velocity		-
Scale			
Scale Array	No scale array		-

#### Second Task: Profile model

- Das Profilmodell ermöglicht die Untersuchung des Fließweges entlang der Wasserscheide sowie den Einfluss der undurchlässigen unteren Randbedingung auf das Strömungsfeld.
- Letzterer Einfluss führt dazu, dass der Fluss in der Querschnittsansicht zu einem echten 2D-Strömungsfeld wird, das von der präsentierten analytischen Lösung nicht abgedeckt wird!



#### Second Task: Profile model

- Beim Betrachten des Strömungsfeldes des Profilsmodells ist offensichtlich eine Strömung in x- und z-Richtung vorhanden.
- Obwohl  $\partial h/\partial z = 0$  gilt, können wir die Strömung in z-Richtung aus der lokalen Massenbilanz eines kleinen Volumens ableiten, das nicht zur oberen Grenze gehört:

$$\frac{\partial q_z}{\partial z} + \frac{\partial q_x}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

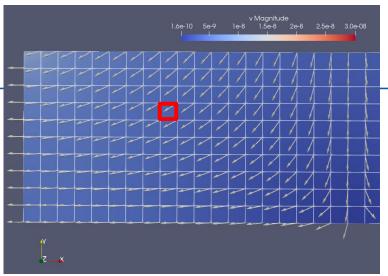
$$q_x = \frac{Q_x}{H} = -\frac{T}{H}\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{T}{H}\frac{h_1 - h_0}{L} + \frac{N}{H}\left(x - \frac{L}{2}\right) \tag{2}$$

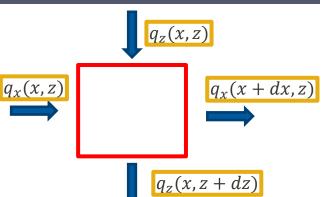
Zusammenführen von (2) in (1):

$$\frac{\partial q_z}{\partial z} = -\frac{N}{H}$$

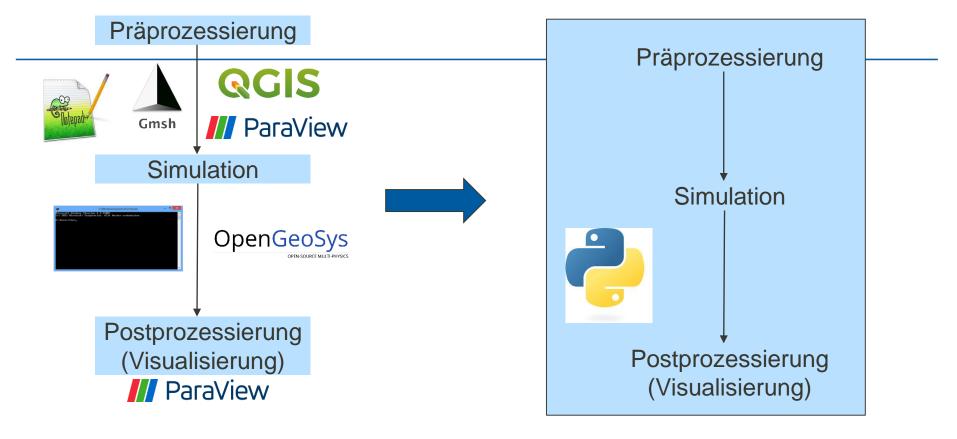
• Angenommen das q<sub>z</sub>(z=zb)=0 erhält man:

$$q_z = -\frac{N}{H}(z - z_b)$$





# Ausblick: Automatisierung von Workflows mit OGS 6



Manuelles GW-Modellierungsschema

Skriptbasiertes GW-Modellierungsschema

#### Manuelle vs skriptbasiertes GW-Modellierungsschema

Im Allgemeinen macht das Integrieren der Modellentwicklung in eine Programmiersprache mittels Skripten die Modellierung leistungsfähiger, bringt jedoch auch Herausforderungen mit sich.

#### Vorteile

- Reproduzierbarkeit
- Geschwindigkeitssteigerung
- Bessere Kontrolle & Flexibilität
- Bessere Dokumentation & Nachverfolgbarkeit
- Fehlervermeidung & Debugging
- Erweiterbarkeit & Integration

#### **Nachteile**

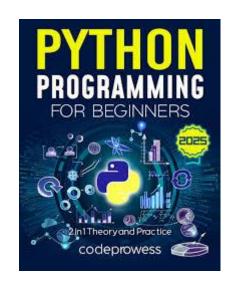
- Steilere Lernkurve
- Mehr anfänglicher Aufwand zum Modellaufbau
- Weniger visuell und interaktiv
- Kompatibilitäts- und Wartungsprobleme

#### Umbau des Modellierungs-Workflow: Kernpunkte

- Kernpunkte zum Umbau des GW-Modellierungsschemas sind:
  - 1. Analysieren Sie Ihren aktuellen Workflow und bestimmen Sie, welche Eingaben, Parameter und Ausgaben programmgesteuert verarbeitet werden müssen..
  - 2. Wählen Sie eine Programmiersprache, die Ihre Modellierungsanforderungen unterstützt (z. B. Python, MATLAB, R oder eine andere relevante Sprache).
  - 3. Implementieren Sie automatisierte Datenverarbeitung (Daten-Ein-/Ausgabe und Transformationsfunktionen, eventuell auch FEM Netzerstellung).
  - 4. Konvertieren Sie die Modellkonfiguration in Code (z. B. Konfigurationsdateien).
  - 5. Ersetzen Sie die manuelle Ausführung durch Skriptbefehle oder Batch-Verarbeitung.
  - 6. Automatisieren Sie die Ergebnisverarbeitung und -visualisierung.
  - 7. Qualitätssicherung (Testkonzept), Debugging, Versionskontrolle.

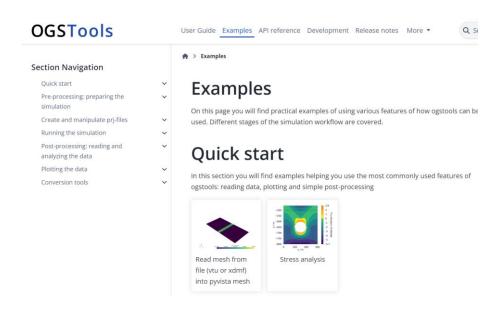
## **Umbau des Modellierungs-Workflow: Python**

- OpenGeoSys kann innerhalb einer Python-Umgebung laufen→ Wir brauchen Python
- Python ist eine hochentwickelte, interpretierte Programmiersprache, die für ihre Lesbarkeit und Vielseitigkeit bekannt ist. Sie wird in vielen Bereichen eingesetzt, darunter Webentwicklung, Datenanalyse, Künstliche Intelligenz, wissenschaftliches Rechnen und vieles mehr..
- Es gibt eine Vielzahl von Möglichkeiten Python zu installieren:
  - Offizieller Python-Installer
  - Windows Store (für schnelle Installation unter Windows 10/11)
  - Anaconda-Distribution
  - And many more (probably you have a couple of Python Versions already installed on your computer (e.g. QGIS comes with Python)



#### **Umbau des Modellierungs-Workflow : OGS Python Packages**

- Die einfachste Installation des OGS-Python-Pakets erfolgt über das bevorzugte Installationsprogramm pip (pip.exe install ogs)
- Download ogstools, ein top-level Paket bereitgestellt von den OGS Entwicklern zur Automatisierung des Prä- und Postprozessings mit Python
- ogs-tools vereinfacht die Datenverarbeitung im OpenGeoSys-Workflow, befindet sich jedoch noch in der Entwicklung..
- Während der Installation werden zusätzliche Abhängigkeiten automatisch mitinstalliert
- Für detaillierte Anleitungen siehe bitte die Beispiele und die API-Dokumentation. (https://ogstools.opengeosys.org/stable/)



#### **Skriptbasierter Workflow: IDE**

- Es wird empfohlen, Python-Code in einer integrierten Entwicklungsumgebung (IDE) zu schreiben.
- Eine IDE (Integrated Development Environment) ist eine Software, die häufig genutzte Entwicklerwerkzeuge in einer kompakten grafischen Benutzeroberfläche (GUI) vereint
- Sie kombiniert Tools wie einen Code-Editor,
   Compiler (für kompilierte Sprachen), Debugger sowie ein integriertes Terminal und verbessert dadurch die Codequalität.
- Eine beliebte IDE ist Spyder, die über pip installiert warden kann pip install spyder

