

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2025

BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

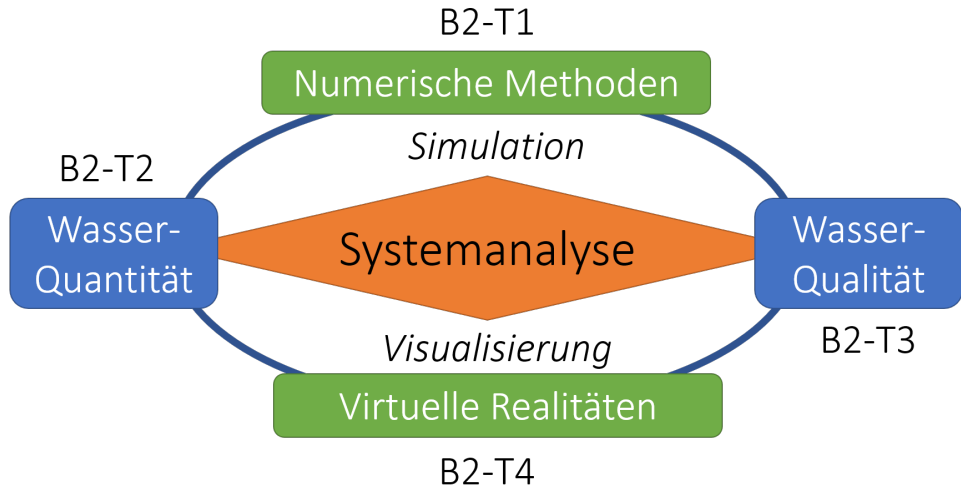
⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Cottbus

Dresden, 11.04.2025 / 20.06.2025

- ▶ Andreas Hartmann: Grundlagen der hydrologischen Modellierung, Kartshydrologie
- ▶ Peter Krebs: Urbanhydrologie-, Stofffluss- und Prozessmodelle in der Siedlungswasserwirtschaft
- ▶ Niels Schütze: Konzeptionelle Modellierung und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen
- ▶ Luise Wanner/ Matthias Mauder: Large-Eddy-Simulation in der hydro-meteorologischen Forschung
- ▶ Andre Lerch: CFD Modellierung in der Verfahrenstechnik zur Wasseraufbereitung
- ▶ Olaf Kolditz, Erik Nixdorf; Haibing Shao, Zhao Chen; Lars Bilke, Karsten Rink: Numerische Methoden (Strömung, Stoff- und Wärmetransport)

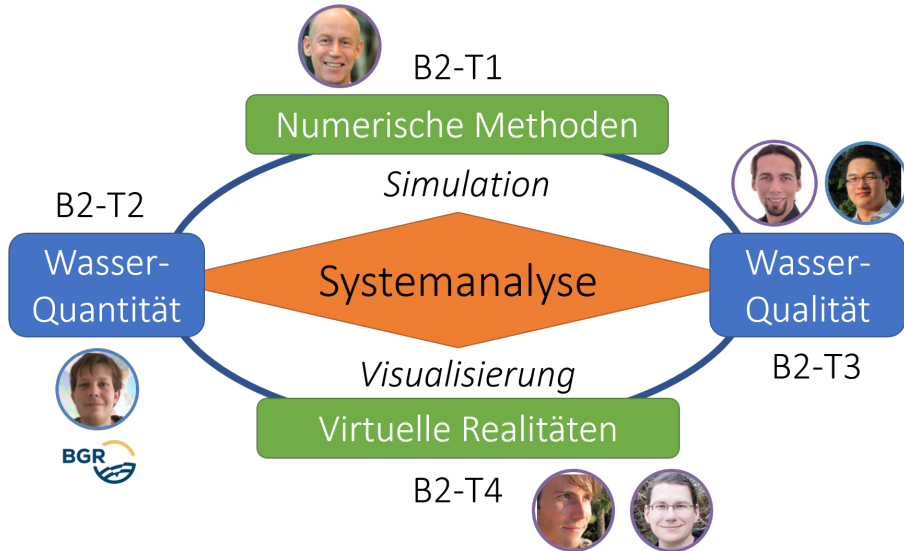
Übersicht der Lehrveranstaltung

Konzept



Übersicht der Lehrveranstaltung

Dozenten



Block 2: Hydrosystemanalyse (2 CP)

- ▶ BHYWI-22-B2-T1 (2V+2Ü): Simulation: Numerische Methoden (Kolditz)
- ▶ BHYWI-22-B2-T2 (2V+1Ü): Wasserquantität: Regionale Grundwassersysteme (Erik Nixdorf)
- ▶ BHYWI-22-B2-T3 (2V+2Ü): Wasserqualität: Stofftransport in Hydrosystemen (Haibing Shao)
- ▶ BHYWI-22-B2-T4 (1V+1D): Analyse: Visualisierung von Umweltsystemen (Karsten Rink, Lars Bilke)

Lehrevideos: <https://nc.ufz.de/s/wHm5BBndNX3G4tB> pwd: aj8seWjPn4

Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

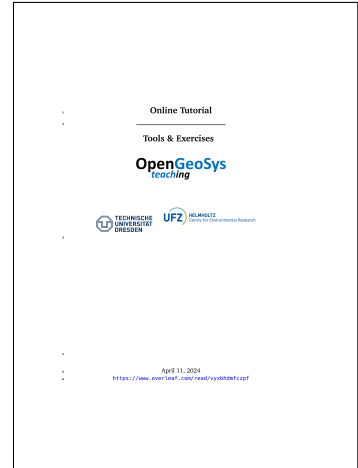
Sommersemester 2025: UW-BHW-625

Datum	B2	Thema	Format
11.04.2025	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
27.06.2025	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
27.06.2025	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
04.07.2025	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
04.07.2025	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
04.07.2025	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR): Übung	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

Übersicht der Lehrveranstaltung: Numerische Methoden

Digitalisierung der Lehrveranstaltung:

- ▶ Lehre-Webseite
- ▶ Vorlesungsmaterial (Overleaf)
- ▶ Übungen (github)
- ▶ Tutorial: <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf#ff77cb>



Übersicht der Lehrveranstaltung: Lehre-Webseite

The screenshot shows the UFZ (Helmholtz Zentrum für Umweltforschung) website. The main navigation bar includes 'UFZ', 'Themenbereiche / Departments', 'Forschung', 'Medien & Presse', 'Veranstaltungen', and 'Karriere & Jobs'. The left sidebar lists various research areas, with 'Smarte Modelle und Monitoring' selected. The main content area displays the course 'Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)' for the 'Sommersemester 2022'. It includes details about the hybrid event, the professors (Prof. Hartmann and Prof. Kolditz), and a diagram illustrating the course structure. The diagram shows 'Wasser-Quantität' and 'Wasser-Qualität' leading to 'Systemanalyse', which is supported by 'Numerische Methoden', 'Simulation', 'Visualisierung', and 'Virtuelle Realitäten'. The right sidebar contains contact information, events, and publications.

UFZ HELMHOLTZ Zentrum für Umweltforschung

Impressum Datenschutz Direktlinks DE Suche ...

UFZ Themenbereiche / Departments Forschung Medien & Presse Veranstaltungen Karriere & Jobs

Themenbereiche / Departments > Smarte Modelle und Monitoring > Umweltinformatik > Lehre > Hydrosystemanalyse

Professur für Grundwasserwirtschaft
Professur für Angewandte Umweltsystemanalyse
Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)

Sommersemester 2022

Hybride Veranstaltung: Freitags, 4.-5./6. DS: 13:00 - 16:20/18:10 Uhr
2 Blöcke (Prof. Hartmann / Prof. Kolditz)

1. Block [08.04-22.05.2022]: Hydrosystemanalyse (Hartmann et al.)
2. Block [27.05-15.07.2022]: Hydrosystemanalyse (Kolditz, Blikle, Nixdorf, Shao, Rink)

Diagram illustrating the course structure:

- Wasser-Quantität
- Wasser-Qualität
- Systemanalyse
- Numerische Methoden
- Simulation
- Visualisierung
- Virtuelle Realitäten

Concept and lecturers of the second block of the event

Contact

Hydroinformatik II

- OPAL (for Enrolment and Mailinglist)
- Vorlesungen: Freitags, 2. DS (09:20-10:50) hybrid online und HSZ/403/H (beachten Sie bitte die aktuellen Informationen)
- Sprechstunde: Nach Vereinbarung
- Notfall-Mobile: 0151 52739034

Events

- Link zur Videovorlesung (ohne pwd)
- Link zur Videovorlesung (mit pwd)
- Link zu den Übungen
- New: Online Tutorial
- Link zu den Vorlesungsunterlagen

Publications

Computational Methods in Environmental Fluid Mechanics

Link:

<https://www.ufz.de/index.php?de=40426>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Vorlesungsmaterial (overleaf)

The screenshot shows the Overleaf web editor interface. The left sidebar contains a file explorer with the following files: figures, BHWI-22-B2-01-T1.0, BHWI-22-B2-02-T11.tex, BHWI-22-B2-03-T12.tex, BHWI-22-B2-03.tex, BHWI-22-B2-04.tex, BHWI-22-B2-05.tex, BHWI-22-B2-06.tex, BHWI-22-B2-07.tex, BHWI-22-B2-08.tex, BHWI-22-B2-09-FEM.tex, BHWI-22-B2-10-DBM.tex, BHWI-22-B2-11-HMM.tex, commands.tex, head.tex, numerk.tex, overview.tex, packages.tex, schedule.tex, templates.tex, and title.tex. The main editor displays the compiled PDF content, which includes a title page and a table of contents. The title page features the course title 'Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022', the course code 'BHWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)', the lecturer's name 'Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf', and the date 'Dresden, 27.05.2022'. The table of contents lists two main blocks of the course: Block 1 (IGW) and Block 2 (Hydrosystemanalyse).

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022
BHWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig
²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden
³Center for Advanced Water Research – CAWR
⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig
⁵Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Berlin

Dresden, 27.05.2022

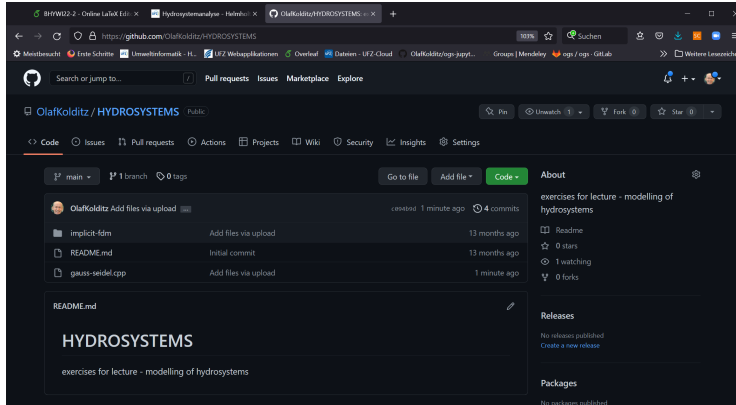
Übersicht der Lehrveranstaltung

2 Blöcke der Veranstaltung:

- Block 1: IGW (Prof. Hartmann)
⇒ 08.04-20.05.2022
- Block 2: Hydrosystemanalyse (Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf)
⇒ 27.05-15.07.2022

Link: <https://www.overleaf.com/read/szgpcjggwdqc>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)

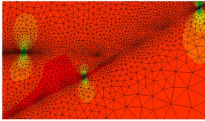


Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

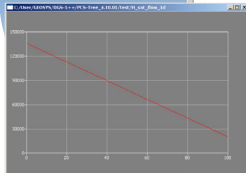
siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathbf{v}^E \nabla \psi$$

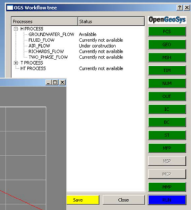


Basics
Mechanik

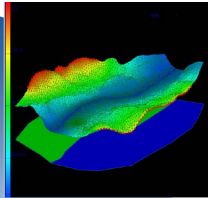
Numerische
Methoden



Prozessverständnis



Anwendung



Programmierung
Visual C++

- ▶ Programmierung und (einfache) Visualisierung (C++, Python, Jupyter-Notebooks)
- ▶ Theorie: Kontinuums- und Hydromechanik
- ▶ Simulation: Numerische Methoden (1D)
- ▶ Prozessverständnis: Potentialströmung, Transportprobleme, Gerinnehydraulik (nichtlineares Problem)

- ▶ C++ Compiler: MinGW
- ▶ Workflows: Python, Jupyter
- ▶ Repository: Übungen: git
- ▶ Repository: Vorlesungen: Overleaf

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2025

BHYWI-22-B2-T1.1: Hydromechanik und Numerische Methoden

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Cottbus

Dresden, 20.06.2025

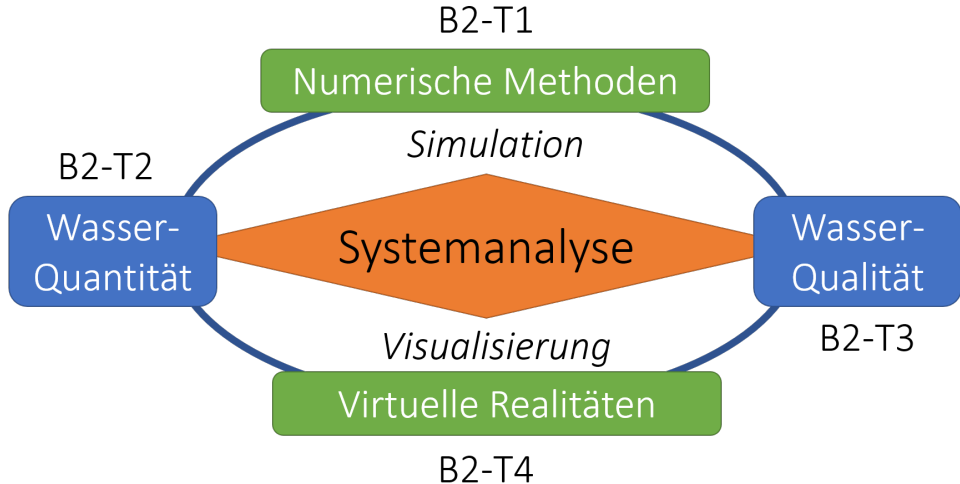
Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2024: BHYWI-22-B2

Datum	B2	Thema	Format
12.04.2024	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/401
21.06.2024	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
28.06.2024	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
28.06.2024	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
05.07.2024	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf): Übung	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

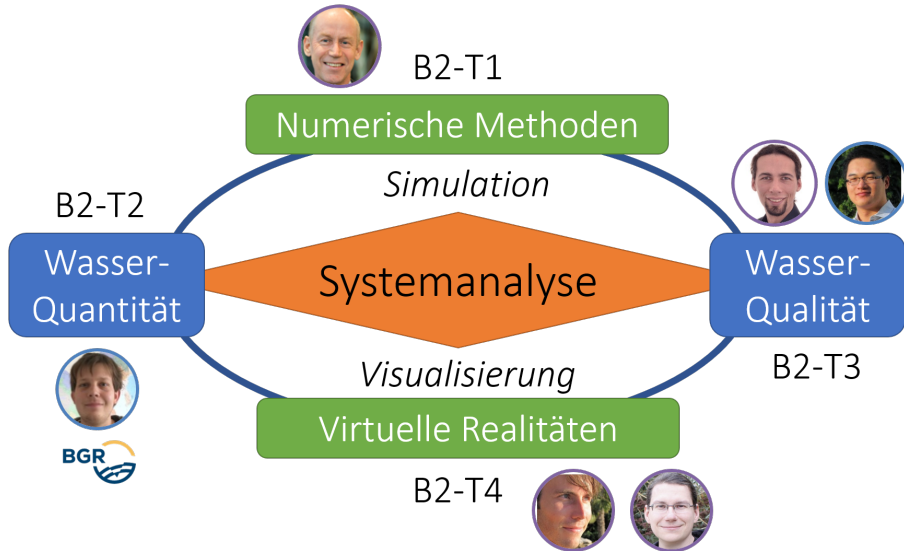
Übersicht der Lehrveranstaltung

Konzept



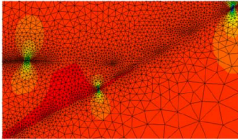
Übersicht der Lehrveranstaltung

Dozenten



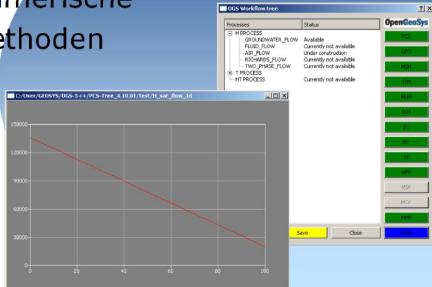
- ▶ Grundlagen (kurze Wiederholung)
- ▶ Grundwassergleichung
- ▶ Prinzip-Beispiel
- ▶ Bilanzierung
- ▶ Berechnungsverfahren
- ▶ Lösung
- ▶ Übung MvH-01: Programmierung für Prinzip-Beispiel

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathbf{v}^E \nabla \psi$$

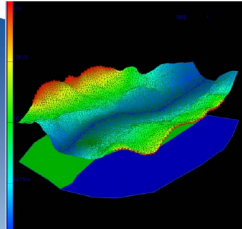


Basics
Mechanik

Numerische
Methoden



Anwendung



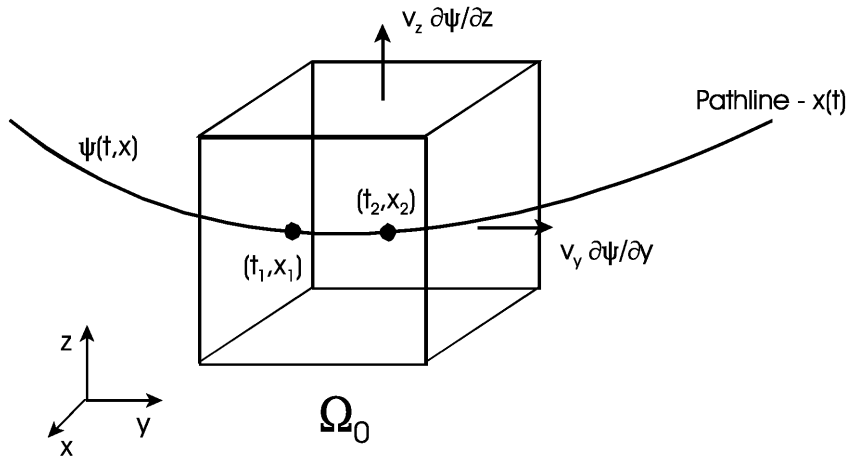
Programmierung
Visual C++

Prozessverständnis

Hydromechanik (recap)

- Euler-Prinzip
- Navier-Stokes-Gleichung und Vereinfachungen
- Grundwassergleichungen
- Darcy-Gleichung für Grundwasserströmung

Das Euler Prinzip (Wdh)



$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f}^e + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \sigma \quad (1)$$

In index notation the above vector equation is written as

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= g + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

with $u = v_x$, $v = v_y$, $w = v_z$ and $\mathbf{f}^e = \mathbf{g}$.

Flow Equations - Systematic (Wdh)

Stress Tensor

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

Navier-Stokes Equation

$$\boxed{\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v}} \quad (4)$$

Euler Equation

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (5)$$

Stokes Equation

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} \quad (6)$$

Darcy Equations

$$0 = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{q} = n\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} (\nabla p - \rho \mathbf{g}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial n\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (n\rho\mathbf{v}) = Q_\rho \quad (8)$$

Für ein inkompressibles Fluid gilt dann (PF)

$$\rho \frac{\partial n}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = Q_\rho \quad (9)$$

oder noch besser

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = \frac{Q_\rho}{\rho_0} \quad (10)$$

In der Grundwasserhydraulik gilt

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (11)$$

$$n\mathbf{v} = \mathbf{q} = -\mathbf{K} \nabla h \quad (\text{Darcy Gesetz}) \quad (12)$$

Dabei sind: S der Speicherkoeffizient, h die Piezometer- oder hydraulische Höhe, $\mathbf{q}$ die Darcy- oder Filtergeschwindigkeit und $\mathbf{K}$ der hydraulische Leitfähigkeitstensor.

$$\mathbf{K} = \mathbf{k} \frac{\rho \mathbf{g}}{\mu} = \mathbf{k} \frac{\mathbf{g}}{\nu} \quad (13)$$

$$\mathbf{q} = n \mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} (\nabla p - \rho \mathbf{g}) = -\mathbf{K} \nabla h \quad (14)$$

$\mathbf{k}$ ist hydraulische Permeabilitätstensor.

$$S \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (n \mathbf{v}) = Q$$

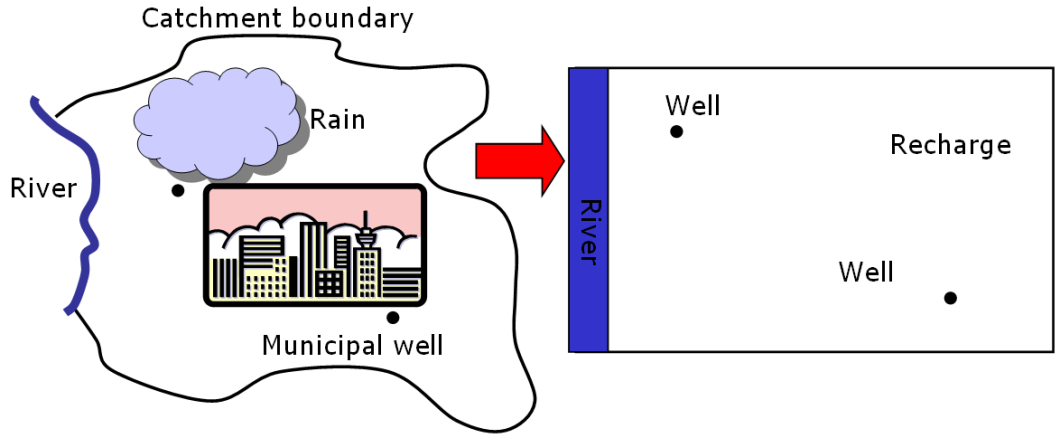
$$S \frac{\partial h}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla h) = Q$$

$$S \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = Q$$

Wir begnügen uns mit einem 2-D horizontalen Modell.

$$S \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = Q \quad (15)$$

Prinzip-Beispiel

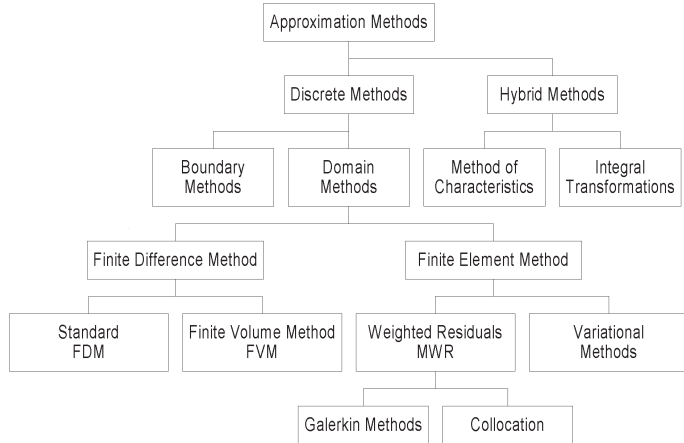


Quelle: Sebastian Bauer (Uni Kiel)

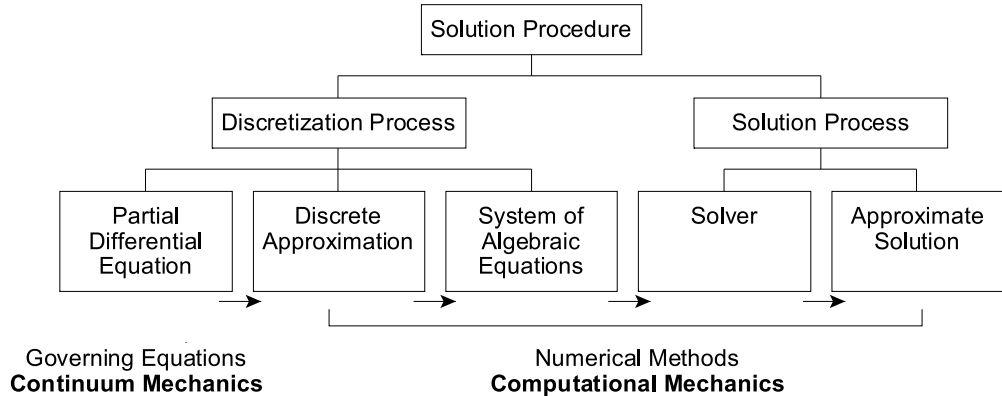
Numerische Methoden (recap)

- Näherungsverfahren
- Lösungsverfahren
- Übersicht: Beispiele

Näherungsverfahren (recap Hydroinformatik II)



Lösungsverfahren (recap Hydroinformatik II)



Mechanik (Physik) $\downarrow$ $\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \psi d\psi = \int_{\Omega} \frac{\partial \psi}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial \Omega} \nabla \cdot \Phi d\Omega = \int_{\Omega} q^{\psi} d\Omega$
 (Lagrange) $\uparrow$ $\downarrow$ (Euler)

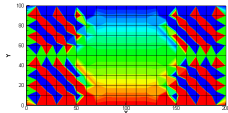
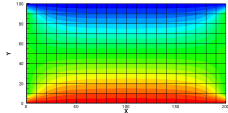
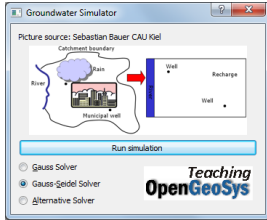
Mathematik (PDE) $\downarrow$ $\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot \Phi^{\psi} = q^{\psi}$ 1D: $\frac{\partial \psi}{\partial t} + v_x \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (D_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial x}) = q^{\psi}$ $\psi(t, x)$
 $\nabla \psi - D^{\psi} \nabla \psi$ $\frac{\partial}{\partial x} (D_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial x}) = 0$ $\psi(x)$

Lösungen (analytisch) $\rightarrow$ Heterogenität
 $\rightarrow$ Instationär $q^{\psi}(t)$
Numerische Verfahren $\rightarrow$ Nichtlinearität $D^{\psi}(\psi)$

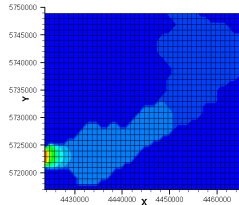
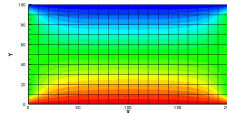
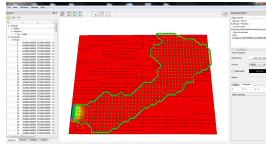
$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = 0$ $\psi^{(x)} = ax + b$
 $\frac{d\psi}{dx} = a$ $\frac{d^2 \psi}{dx^2} = 0$

Lösungen (PDE) $\left\{ \begin{array}{l} \text{analytisch} \rightarrow \text{exakte Lösung } \psi \rightarrow L(\psi) = 0 \\ \text{numerisch} \rightarrow \text{Näherungslösung } \hat{\psi} \rightarrow L(\hat{\psi}) \neq 0 \end{array} \right.$

explizite FDM

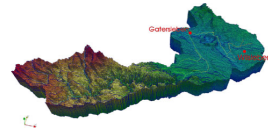
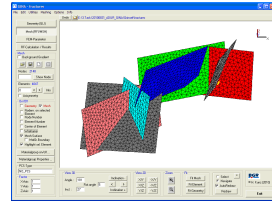


implizite FDM



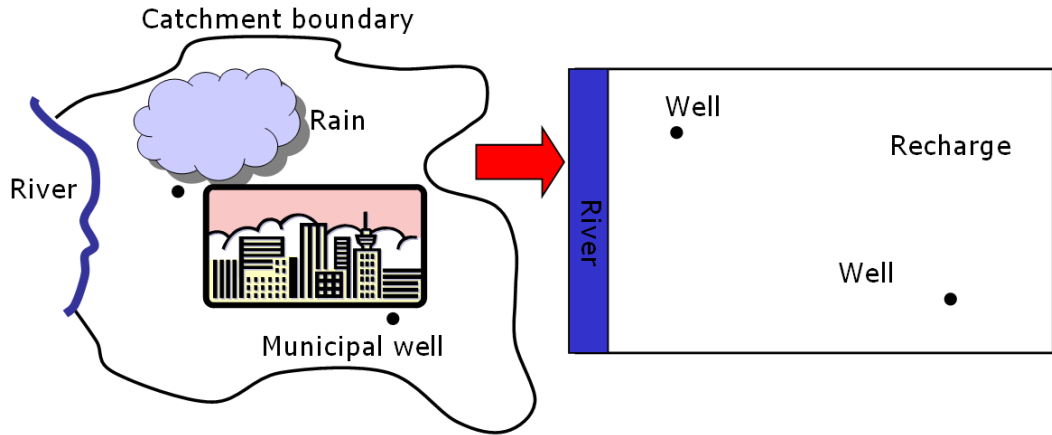
- Pro / Cons
- FDM: einfache Implementierung, starre Geometrien
- FEM: schwieriger zu implementieren (heute), flexible Geometrien

FEM



Übung

- Prinzipbeispiel Grundwassermodell



Quelle: Sebastian Bauer (Uni Kiel)

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2025

BHYWI-22-B2-T1.2: Grundwasserhydraulik-Prinzipbeispiel

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Cottbus

Dresden, 20.06.2025

Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2024: BHYWI-22-B2

Datum	B2	Thema	Format
12.04.2024	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/401
21.06.2024	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
28.06.2024	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
28.06.2024	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
05.07.2024	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf): Übung	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

Übersicht der Lehrveranstaltung: Lehre-Webseite

The screenshot shows the website of the UFZ (Helmholtz-Zentrum für Umweltforschung). The main navigation bar includes links for 'UFZ', 'Themenbereiche / Departments', 'Forschung', 'Medien & Presse', 'Veranstaltungen', and 'Karriere & Jobs'. The left sidebar lists various research areas, with 'Smarte Modelle und Monitoring' selected. The main content area displays the course 'Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)' for the 'Sommersemester 2022'. It includes details about the hybrid event, the professors (Prof. Hartmann and Prof. Kolditz), and a diagram illustrating the course structure. The diagram shows 'Wasser-Quantität' and 'Wasser-Qualität' leading to 'Systemanalyse', which is supported by 'Numerische Methoden', 'Simulation', 'Visualisierung', and 'Virtuelle Realitäten'. The right sidebar contains contact information, events, and publications.

UFZ HELMHOLTZ
Zentrum für Umweltforschung

Impressum Datenschutz Direktlinks DE Suche ...

UFZ Themenbereiche / Departments Forschung Medien & Presse Veranstaltungen Karriere & Jobs

Themenbereiche / Departments > Smarte Modelle und Monitoring > Umweltinformatik > Lehre > Hydrosystemanalyse

Professur für Grundwasserwirtschaft
Professur für Angewandte Umweltsystemanalyse
Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)

Sommersemester 2022

Hybride Veranstaltung: Freitags, 4.-5./6. DS: 13:00 - 16:20/18:10 Uhr
2 Blöcke (Prof. Hartmann / Prof. Kolditz)

1. Block [08.04-22.05.2022]: Hydrosystemanalyse (Hartmann et al.)
2. Block [27.05-15.07.2022]: Hydrosystemanalyse (Kolditz, Blikle, Nixdorf, Shao, Rink)

Diagram illustrating the course structure:

- Wasser-Quantität
- Wasser-Qualität
- Systemanalyse
- Numerische Methoden
- Simulation
- Visualisierung
- Virtuelle Realitäten

Concept and lecturers of the second block of the event

Contact

Hydroinformatik II

- OPAL (for Enrolment and Mailinglist)
- Vorlesungen: Freitags, 2. DS (09:20-10:50) hybrid online und HSZ/403/H (beachten Sie bitte die aktuellen Informationen)
- Sprechstunde: Nach Vereinbarung
- Notfall-Mobile: 0151 52739034

Events

- Link zur Videovorlesung (ohne pwd)
- Link zur Videovorlesung (mit pwd)
- Link zu den Übungen
- New: Online Tutorial
- Link zu den Vorlesungsunterlagen

Publications

Computational Methods in Environmental Fluid Mechanics

Link:

<https://www.ufz.de/index.php?de=40426>

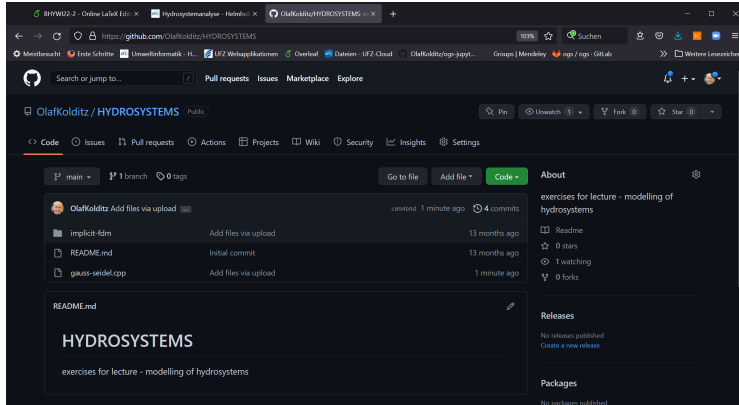
Übersicht der Lehrveranstaltung: Vorlesungsmaterial (overleaf)

The screenshot shows the Overleaf web editor interface. The top bar displays the URL <https://www.overleaf.com/project/624b715960907b34a07b1>. The left sidebar contains a file explorer with a list of files including `figures`, `BHYWI-22-B2-01-T1.1`, `BHYWI-22-B2-02-T1.1`, `BHYWI-22-B2-03-T1.2`, `BHYWI-22-B2-03`, `BHYWI-22-B2-04`, `BHYWI-22-B2-05`, `BHYWI-22-B2-06`, `BHYWI-22-B2-07`, `BHYWI-22-B2-08`, `BHYWI-22-B2-09-FEM`, `BHYWI-22-B2-10-DBM`, `BHYWI-22-B2-11-HHM`, `commands.tex`, `head.tex`, `numerik.tex`, `overview.tex`, `packages.tex`, `schedule.tex`, `templates.tex`, and `title.tex`. The main editor area shows the rendered PDF content of the document `BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)`. The document content includes the title `Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022`, the subtitle `BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)`, the organizers `Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf`, the dates `Dresden, 27.05.2022`, and a list of two blocks of the course:

- 2 Blöcke der Veranstaltung:
 - Block 1: IGW (Prof. Hartmann)
⇒ 08.04-20.05.2022
 - Block 2: Hydrosystemanalyse (Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf)
⇒ 27.05-15.07.2022

Link: <https://www.overleaf.com/read/szgpcjggwdqc>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)



Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

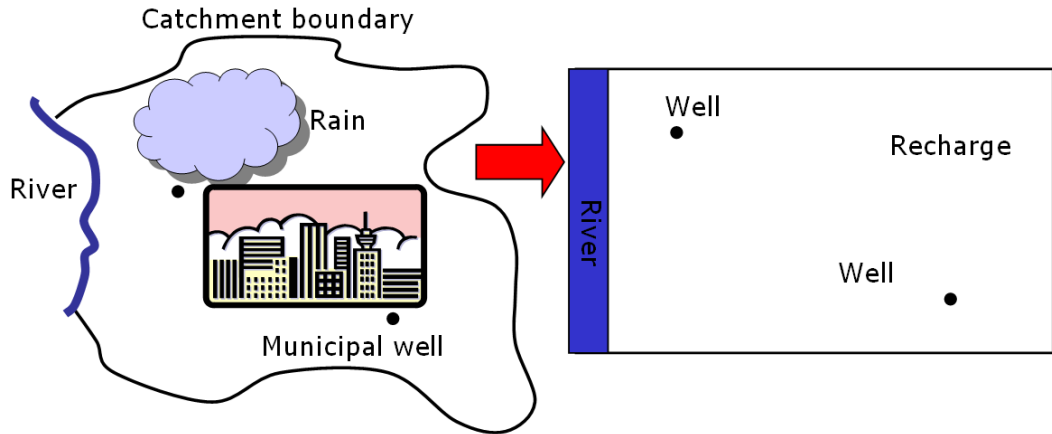
siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

Grundwasserströmung

Einführung

- Prinzipbeispiel

Prinzip-Beispiel



Quelle: Sebastian Bauer (Uni Kiel)

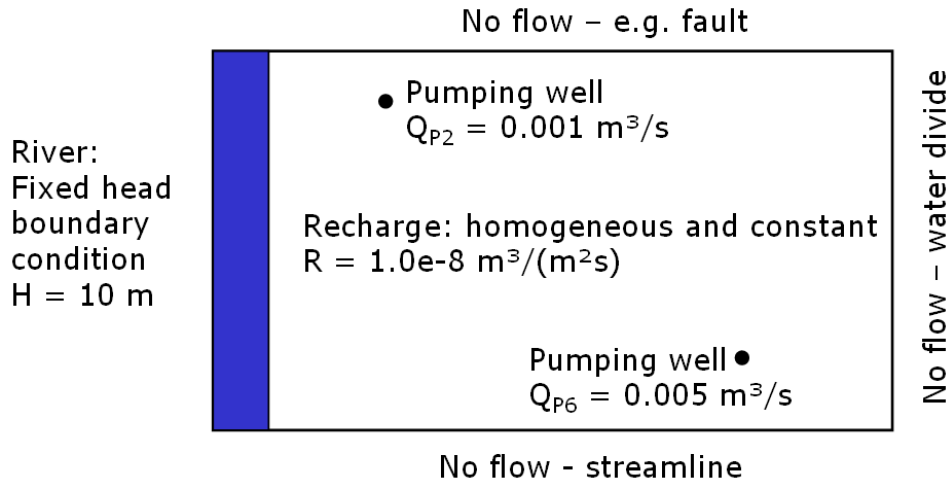
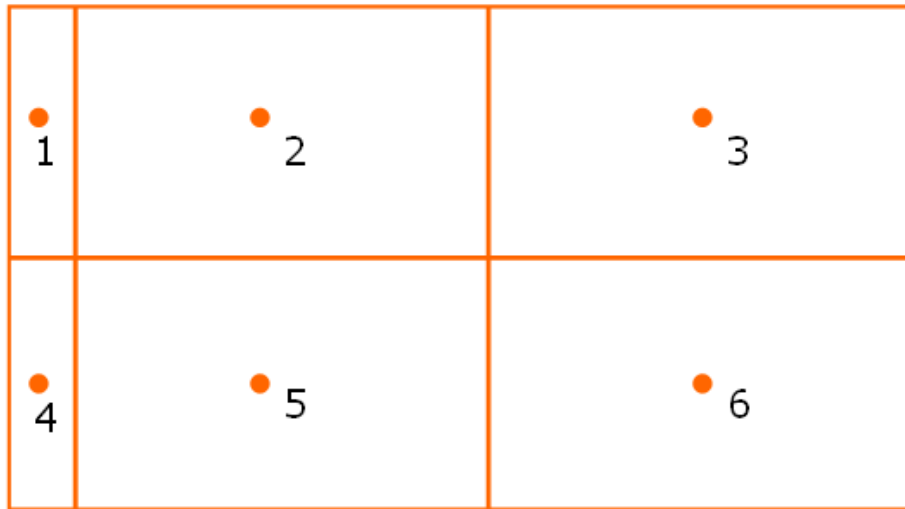


Fig.: Definition der Randbedingungen



$\Delta y_2 = 500 \text{ m}$ $\Delta y_1 = 500 \text{ m}$

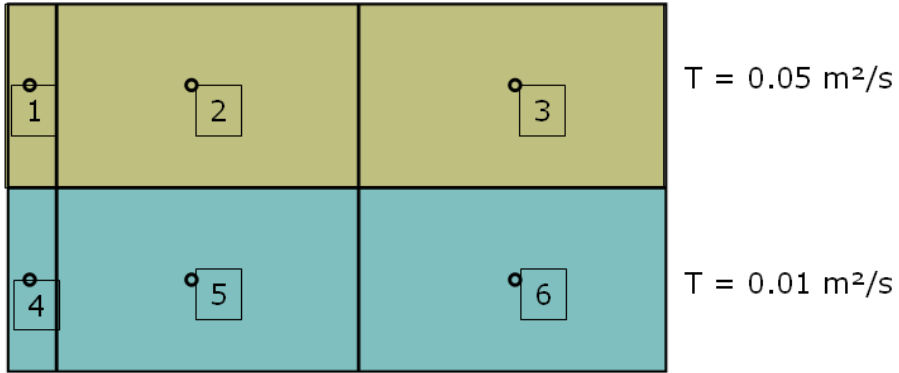


Fig.: Definition der Materialgruppen

$$T = \frac{K}{S}$$

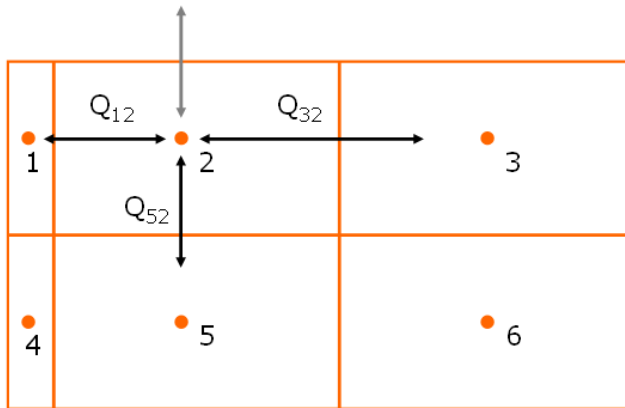


Fig.: Knoten-Bilanz aufstellen (Tafelbild)

$$Q_{12} + Q_{32} + Q_{52} + Q_R + Q_{P2} = 0$$

Wir benutzen folgendes Differenzenschema.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_i - h_j}{x_i - x_j} \quad (3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} = \frac{h_i - h_j}{y_i - y_j} \quad (4)$$

Da unser FD-Gitter weder equidistant und unser Aquifer noch heterogen ist, schreiben wir besser.

$$\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{12} = \frac{h_1 - h_2}{\Delta x_1/2 + \Delta x_2/2} \quad (5)$$

- Berechnung von (hydraulischen) Widerständen - harmonisches Mittel

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- Transmissivität

$$T_{25} = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_5}{\Delta y_2 / T_2 + \Delta y_5 / T_5}$$

$$T_{23} = \frac{\Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta x_2 / T_2 + \Delta x_3 / T_3}$$

$$Q_x = \Delta y T_x \frac{\partial h}{\partial x}$$

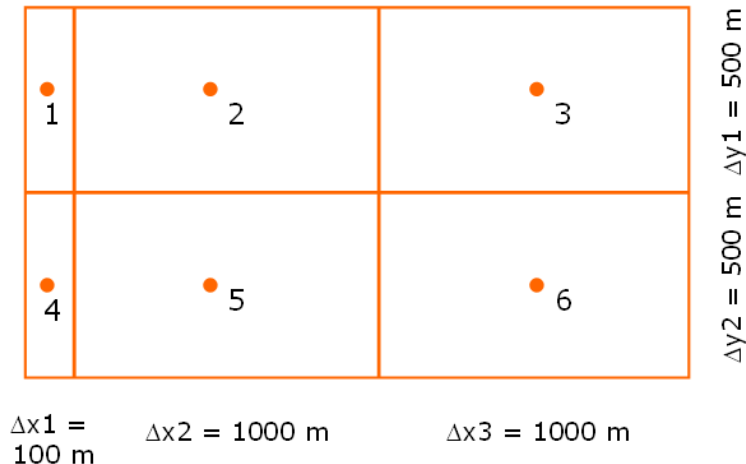
Damit können wir für die Flussterme schreiben.

$$Q_{12} = \Delta y_1 \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta x_1 / T_1 + \Delta x_2 / T_2} \times \frac{h_1 - h_2}{\Delta x_1 / 2 + \Delta x_2 / 2} \quad (6)$$

$$Q_{52} = \Delta x_2 \frac{\Delta y_5 + \Delta y_2}{\Delta y_5 / T_5 + \Delta y_2 / T_2} \times \frac{h_5 - h_2}{\Delta y_5 / 2 + \Delta y_2 / 2} \quad (7)$$

$$Q_{32} = \Delta x_2 \frac{\Delta x_3 + \Delta x_2}{\Delta x_3 / T_3 + \Delta x_2 / T_2} \times \frac{h_3 - h_2}{\Delta x_3 / 2 + \Delta x_2 / 2} \quad (8)$$

► Tafelbild



Die Zahlen eingesetzt ergibt sich für

$$Q_{12} = 0.454545 - 0.0454545h_2$$

$$Q_{52} = 0.033333h_5 - 0.033333h_2$$

$$Q_{32} = 0.02500h_3 - 0.02500h_2$$

$$Q_R = R\Delta x_2\Delta y_1 = 0.005$$

$$Q_{P2} = -0.001 \quad (9)$$

$$Q_{12} + Q_{32} + Q_{52} - Q_R - Q_{P2} = 0 \quad (10)$$

- Bilanzgleichungen für alle Zellen (2,3,4,5):

$$\begin{aligned}2 : 0.458545 - 0.103788h_2 + 0.025h_3 + 0.03333h_5 &= 0 \\3 : 0.0050 + 0.0250h_2 - 0.0583h_3 + 0.0333h_6 &= 0 \\5 : 0.0959 + 0.0333h_2 - 0.0474h_3 + 0.0050h_6 &= 0 \\6 : 0.0000 + 0.0333h_3 + 0.0050h_5 - 0.0383h_6 &= 0\end{aligned}\tag{11}$$

- Gleichungssystem lösen

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}\tag{12}$$

Ergebnis:

$$h_1 = 10.00$$

$$h_2 = 10.24$$

$$h_3 = 10.41$$

$$h_4 = 10.00$$

$$h_5 = 10.31$$

$$h_6 = 10.39$$

(13)

(14)

- ▶ Gauss-Seidel Verfahren
- ▶ Umstellung des Gleichungssystems

$$h_2 = 0.2408h_3 + 0.3211h_5 + 4.4181$$

$$h_3 = 0.4285h_2 + 0.5714h_6 + 0.0857$$

$$h_5 = 0.7028h_2 + 0.1054h_6 + 2.0223$$

$$h_6 = 0.8695h_3 + 0.1304h_5$$

- ▶ Konstruktion eines iterativen Lösungsverfahrens
- ▶ Pro: Es muss kein Gleichungssystem gelöst werden.
- ▶ Con: Es kann auch mal nicht klappen (keine Konvergenz).

$$h_{2,i+1} = 0.2408h_{3,i} + 0.3211h_{5,i} + 4.4181$$

$$h_{3,i+1} = 0.4285h_{2,i} + 0.5714h_{6,i} + 0.0857$$

$$h_{5,i+1} = 0.7028h_{2,i} + 0.1054h_{6,i} + 2.0223$$

$$h_{6,i+1} = 0.8695h_{3,i} + 0.1304h_{5,i}$$

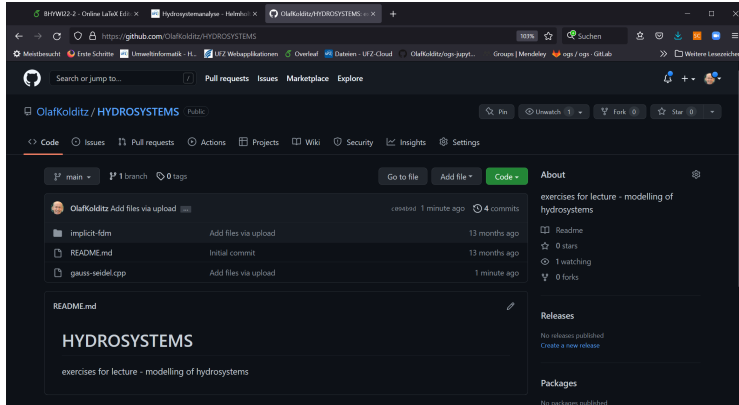
```
1 void Dialog::GaussSeidel()  
2 {  
3     for(int k=0;k<solver_iterations;k++)  
4     {  
5         x[1] = 0.2408 * x[2] + 0.3211 * x[4] + 4.4181;  
6         x[2] = 0.4285 * x[1] + 0.5714 * x[5] + 0.0857;  
7         x[4] = 0.7028 * x[1] + 0.1054 * x[5] + 2.0223 ;  
8         x[5] = 0.8695 * x[2] + 0.1304 * x[4];  
9         TestOutput(x);  
10    }  
11 }
```

Listing 1: C++ code for Gauss-Seidel solver

Übung

- Prinzipbeispiel Grundwassermodell

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)

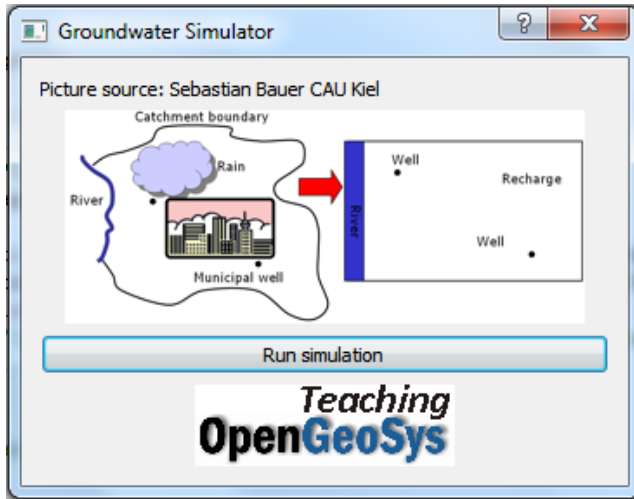


Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell



- ▶ Gauss Eliminierungsverfahren (direkte Methode)
- ▶ Gauss-Seidel Verfahren (iterative Methode)

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell

BHYWI-22-E1-Qt-Grundwasser-Prinzip

```
1 void Dialog::on_pushButtonRUN_clicked()
2 {
3     switch(solver_method)
4     {
5         case 0: //Gauss
6             AssembleEQS();    //assemble equation system
7             TestOutput(A,b);
8             Gauss(A,b,x,n);   //solve EQS via Gauss
9             break;
10        case 1: //Gauss-Seidel
11            //CalculateFluxes();
12            GaussSeidel();
13            msgBox.setText("Gauss-Seidel method finished, \n results in out.txt");
14            break;
15        case 3: // neues Verfahren
16            msgBox.setText("Neues Verfahren vorbereitet");
17            break;
18    }
19 }
```

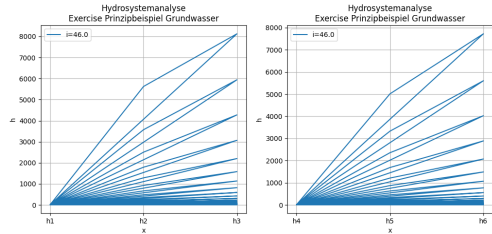
Listing 2: C++ code for solver selection

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell

C++ und Python

```
1 //C++ Programm kompilieren
2 g++ gauss-seidel-plt.cpp
3
4 //Programm ausfuehren
5 a.exe
6
7 //Ergebnisse mit Python plotten
8 python data_from_file_txt2.py
```

Listing 3: C++/Python code



Exercise (github repository)

..\HYDROSYSTEMS\grundwasser-prinzip\

Übung

- Software-Installationen

- ▶ (1) Versionsmanagement: git
- ▶ (2) C++ Compiler: MinGW
- ▶ (3) Programmier-Framework: Python
- ▶ (4) Grafiken: matplotlib

```
1 python -m pip install -U pip
2 python -m pip install -U matplotlib
```

Listing 4: matplotlib Installation

- ▶ (1) Versionsmanagement: Übung runterladen
- ▶ (2) C++ Compiler: Quellcode übersetzen
- ▶ (3) Python: Post-processing und Darstellung

```
1 cd ... (Verzeichnis auswaehlen)
2 git clone https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS.git
3 set PATH=%PATH%;C:\MinGW\bin (Pfad fuer Compiler setzen)
4 g++ gauss-seidel-plt.cpp
5 python data_from_file_txt2.py
```

Listing 5: Übung

```
1 cd ... \HYDROSYSTEMS\grundwasser-prinzip
```

Listing 6: Verzeichnis auswaehlen

run.bat

```
1 set PATH=%PATH%;C:\MinGW\bin
2 g++ gauss-seidel-plt.cpp
3 a.exe
4 python data_from_file_txt2.py
```

Listing 7: Skript

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2025

BHYWI-22-B2-T1.3: Finite-Differenzen-Methode: Explizit

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Cottbus

Dresden, 20.06.2025

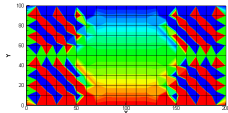
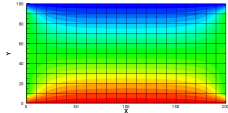
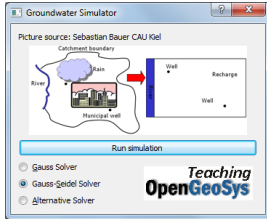
Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2024: BHYWI-22-B2

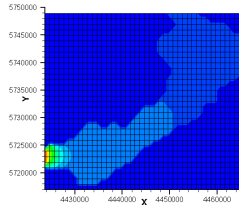
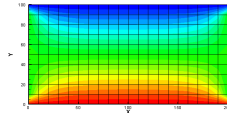
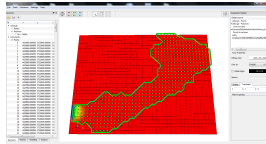
Datum	B2	Thema	Format
12.04.2024	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/401
21.06.2024	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
28.06.2024	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
28.06.2024	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
05.07.2024	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf): Übung	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

Übersicht: Numerische Verfahren

explizite FDM

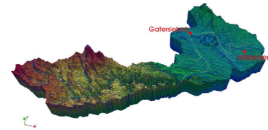
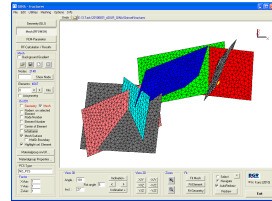


implizite FDM



- Pro / Cons
- FDM: einfache Implementierung, starre Geometrien
- FEM: schwieriger zu implementieren (heute), flexible Geometrien

FEM



Bisher

- ▶ Wiederholung Hydromechanik: Grundwasserströmungsgleichung
- ▶ Übung Einzugsgebiet: Berechnungsverfahren

Heute: Finite-Differenzen-Verfahren

- ▶ Grundlagen - GWE
- ▶ Grundlagen - TSE
- ▶ Übungen zur expliziten FDM (page 12) [BHYWI-22-E2]

Übungen: Werkzeuge

► PDE

$$S \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = Q \quad (1)$$

in time ($\Delta t = t^{n+1} - t^n$)

$$u_j^{n+1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Delta t^m}{m!} \left[\frac{\partial^m u}{\partial t^m} \right]_j^n \quad (2)$$

in space ($\Delta x = x_{i+1}^n - x_i^n$)

$$u_{i+1}^n = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Delta x^m}{m!} \left[\frac{\partial^m u}{\partial x^m} \right]_i^n \quad (3)$$

in space ($\Delta y = y_{j+1}^n - y_j^n$)

$$u_{j+1}^n = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Delta y^m}{m!} \left[\frac{\partial^m u}{\partial y^m} \right]_j^n \quad (4)$$

► Zeitableitung

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t} \right]_j^n = \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right]_j^n - O(\Delta t^2) \quad (5)$$

► in space

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]_{i,j}^n = \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} - \frac{\Delta x^2}{12} \left[\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right]_{i,j}^n - \dots \quad (6)$$

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]_{i,j}^n = \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} - \frac{\Delta y^2}{12} \left[\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \right]_{i,j}^n - \dots \quad (7)$$

$$S_{i,j} \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} - K_{i,j}^x \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} - K_{i,j}^y \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} = Q_{i,j} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} &= u_{i,j}^n \\ &+ \frac{K_{i,j}^x}{S_{i,j}} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n \\ &+ \frac{K_{i,j}^y}{S_{i,j}} \frac{\Delta t}{\Delta y^2} u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n \\ &+ \frac{Q_{i,j}}{S_{i,j}} \end{aligned} \quad (9)$$

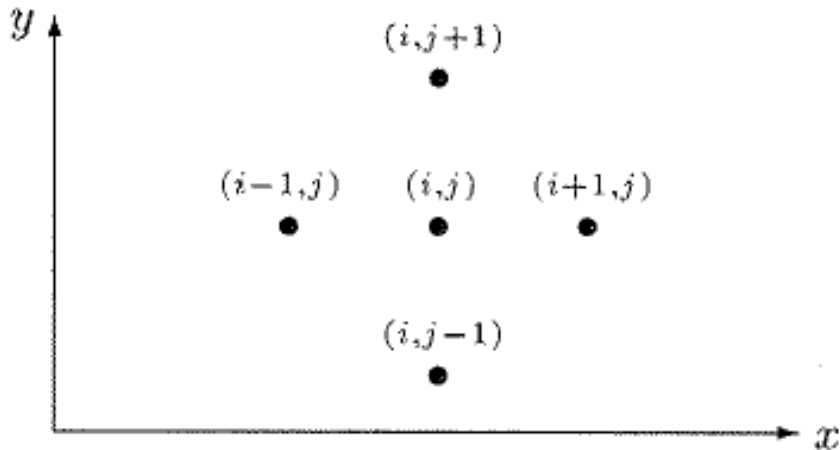


Fig.: 5-Punkte-Stern (Knabner und Angermann 2000)

Übung

- Finite-Differenzen-Methode: Explizites Verfahren

GitHub-Repository für die Übungen:
<https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

► Datenstrukturen

Table:

Feldgröße	u
Physikalische Parameter	S, K, Q
Numerische Parameter	$\Delta t, \Delta x, \Delta y$

Die Minimal-Datenstrukturen für die Programmierung der Gleichung (9) sind damit:

```
1  std::vector<float>u_new;  
2  std::vector<float>u_old;  
3  float  S0,Kf,Q;  
4  float  dx,dy,dt;
```

Listing 1: Datenstrukturen

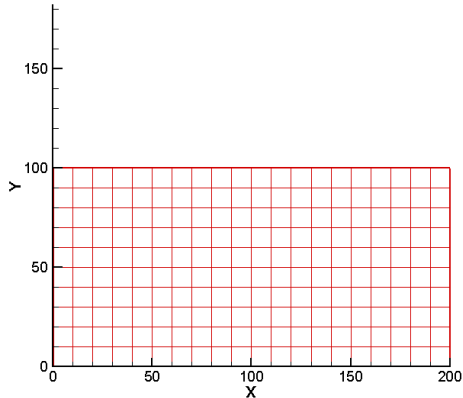


Fig.: Rechen-Gitter für den Rechteck-Aquifer

Um dieses Gitter "abtasten" zu können, schreiben wir folgende doppelte Schleife.

```
1  for(j=0;j<jy;j++)
2  {
3      nn = j*ix;
4      for( i=0;i<ix;i++)
5      {
6          n = nn+i;
7          u_new[n] = u[n] \
8                  + Kf/S0*dt/dx2 * (u[n+1]-2*u[n]+u[n-1]) \
9                  + Kf/S0*dt/dy2 * (u[(j+1)*ix+i]-2*u[n]+u[(j-1)*ix+i]) \
10                 + Q/S0;
11     }
12 }
```

Listing 2: Rechenschema

Dabei ist j der Laufindex über die y Richtung und i der Laufindex über die x Richtung. Ganz wichtig ist natürlich, den Speicher für die Vektoren bereitzustellen, bevor es los geht.

```
1 u.resize(ix*jy);  
2 u_new.resize(ix*jy);
```

Listing 3: Speicher für Lösungsvektoren

- Welche Rolle spielen ix und jy bei der Speicherreservierung?

Natürlich müssen auch die Parameter vor der Berechnung initialisiert werden

```
1  ix = 21;  
2  jy = 11;  
3  dx = 10.; //Einheiten  
4  dy = 10.;  
5  dt = 0.25e2;  
6  S0 = 1e-5;  
7  Kf = 1e-5;  
8  Q  = 0.;  
9  u0 = 0.;
```

Listing 4: Daten-Initialisierung

- Welche Einheiten haben die einzelnen Parameter?

Das mit den Anfangsbedingungen ist eine einfache Sache. Mit der Doppelschleife über alle Knoten, können wir sehr einfach einen Wert u_0 als Anfangsbedingung überall zuweisen.

```
1 for(int i=0;i<ix;i++)
2   for(int j=0;j<jy;j++)
3   {
4       u[j*(ix+1)] = u0;
5       u_new[j*(ix+1)] = u0;
6   }
7 }
```

Listing 5: Anfangsbedingungen setzen

Mit den Randbedingungen ist es etwas kniffliger ...

```
1 //top and bottom
2 int l;
3 for(int i=0;i<ix;i++)
4 {
5     bc_nodes.push_back(i); u[i] = u_top    u_new[i] = u_top;
6     l = ix*(jy-1)+i;
7     bc_nodes.push_back(l); u[l] = u_bottom;    u_new[l] = u_bottom;
8 }
9 //left and right side
10 for(int j=1;j<jy-1;j++)
11 {
12     l = ix*j;
13     bc_nodes.push_back(l); u[l] = u_left;    u_new[l] = u_left;
14     l = ix*j+ix-1;
15     bc_nodes.push_back(l); u[l] = u_right;    u_new[l] = u_right;
16 }
```

Listing 6: Randbedingungen setzen

Sie sehen, dass wir für die Zuweisung der Randbedingungen eine neue Datenstruktur eingeführt haben.

```
1 std::vector<float>u_bc;
```

Listing 7: Vektor für Randbedingungen

Das Einbauen der Randbedingungen integrieren wir direkt in die Doppelschleife zur Berechnung der Knotenwerte. Dabei kommt eine neue Funktion `IsBCNode` ins Spiel, die wir uns gleich noch näher anschauen. `IsBCNode` soll eigentlich nichts anderes machen, als beim Auftreten einer Randbedingung nichts zu tun (i.e. `continue`). Randbedingungswerte sind gesetzt, müssen also nicht gerechnet werden.

```
1  for(int j=0;j<jy;j++)
2  {
3      nn = j*ix;
4      for(int i=0;i<ix;i++)
5      {
6          n = nn+i;
7          if(IsBCNode(n,bc_nodes))
8              continue;
9          ...
10 }
```

Listing 8: Randbedingungen setzen

Wie funktioniert nun IsBCNode?

```
1 bool IsBCNode(int n, std::vector<int> bc_nodes)
2 {
3     bool is_node_bc = false;
4     for(int k=0; k<(size_t)bc_nodes.size(); k++)
5     {
6         if(n==bc_nodes[k])
7         {
8             is_node_bc = true;
9             return is_node_bc;
10        }
11    }
12    return is_node_bc;
13 }
```

Listing 9: Randbedingungen setzen

Struktur der Funktion:

- ▶ Rückgabewert: logischer Wert wahr oder falsch
- ▶ Parameter: aktueller Gitterpunkt und Randbedingungsknotenvektor

Die Funktion überprüft, ob der Gitterpunkt n ein Randbedingungsknoten ist und gibt den entsprechenden logischen Wert zurück.

Das Ergebnis der finite Differenzen Simulation sehen wir in der Abb.

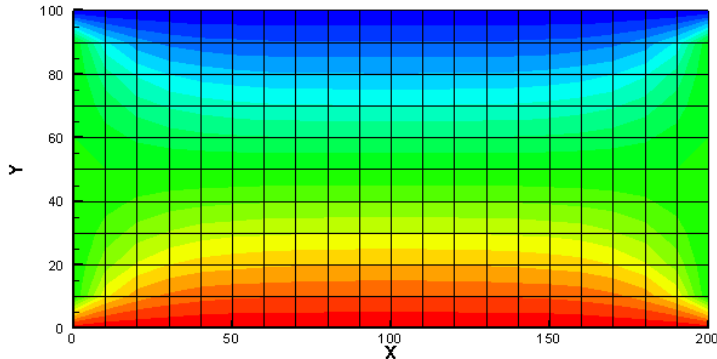
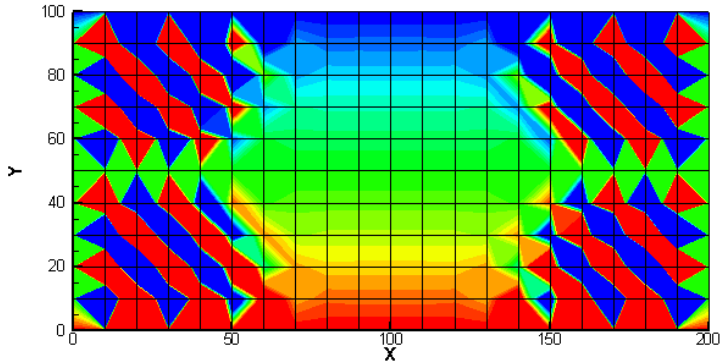


Fig.: Berechnete Druckverteilung im Rechteck-Aquifer nach 100 Zeitschritten $\Delta t = 25 \text{ sec}$

Jetzt werden wir mutig und vergrößern mal den Zeitschritt, sagen wir mal verdoppeln:
 $\Delta t = 50$ sec. Das Maleur sehen wir in der Abb. Was ist hier los?



Numerische Stabilität

- Finite-Differenzen-Methode: Explizites Verfahren

Wir erinnern uns noch dunkel daran, dass der Preis für das einfache explizite FDM ein strenges Stabilitätskriterium war (siehe Hydroinformatik, Teil II, Abschn. 3.2.2 und Abschn. 4.1). Dabei muss die Neumann-Zahl kleiner einhalb sein.

$$Ne = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \quad (10)$$

Prima, aber was ist jetzt α und warum steht nur Δx und nicht auch Δy in der Gleichung? Zur bestimmung des α schreiben wir die Grundwassergleichung in eine Diffusionsgleichung wie folgt um.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K_x}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{K_y}{S} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{Q}{S} \quad (11)$$

Wir sehen, dass es eigentlich zwei α -s gibt, für jede Richtung eins.

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \frac{K_x}{S} \\ \alpha_y &= \frac{K_y}{S}\end{aligned}\tag{12}$$

- Welche Einheit hat unser Grundwasser- α ?

Der richtige Zeitschritt für unser explizites FD Verfahren ergibt sich somit zu:

$$\Delta t \leq \frac{\min(\Delta x^2, \Delta y^2)}{2\alpha} \quad (13)$$

$$\Delta t \leq \frac{100m^2}{2 \times 1m^2/s} = 50s \quad (14)$$

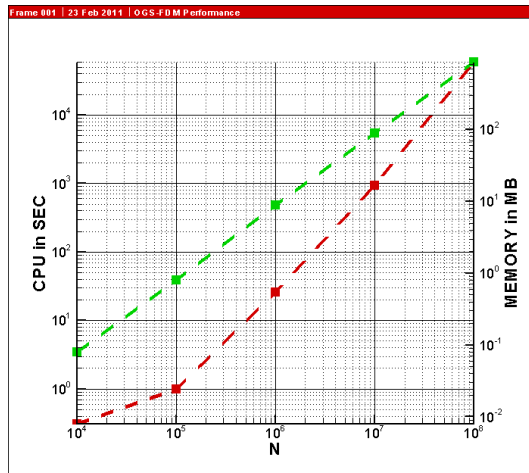


Fig.: Rechenzeit und Speicherbedarf für explizite FDM

Wie stellen wir eine Zeitmessung in einem Programm an.

```
clock_t start, end; Definitionen
```

```
...
```

```
start = clock();    Beginn Zeitmessung
```

```
...
```

```
end = clock();      Ende Zeitmessung
```

```
...
```

```
time= (end-start)/(double)(CLOCKS_PER_SEC); Differenz
```

Übung E2 Der Quelltext für diese Übung befindet sich in EXERCISES.

Übung

- Explizite FDM

`https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS/tree/main/BHYWI-22-E2\_FDM-explizit-Rechteck-python`

```
1 cd ... \HYDROSYSTEMS\BHYWI-22-E2_FDM-explizit-Rechteck-python
```

Listing 10: Verzeichnis auswaehlen

run.bat

```
1 set PATH=%PATH%;C:\MinGW\bin
2 g++ main.cpp
3 a.exe
4 python isolines.py
```

Listing 11: Skript

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2025

BHYWI-22-B2-T1.4: Finite-Differenzen-Methode: Implizit

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Cottbus

Dresden, 20.06.2025

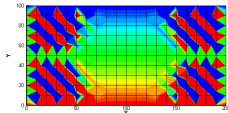
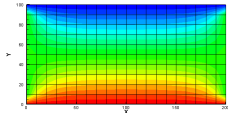
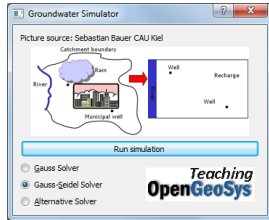
Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2024: BHYWI-22-B2

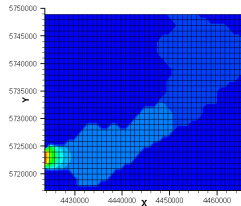
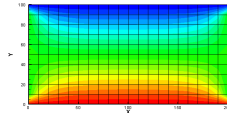
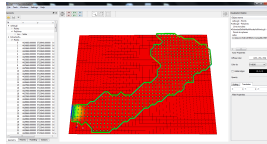
Datum	B2	Thema	Format
12.04.2024	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/401
21.06.2024	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
21.06.2024	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
28.06.2024	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
28.06.2024	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
05.07.2024	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
05.07.2024	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao/Chen)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
12.07.2024	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf): Übung	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
19.07.2024	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

Übersicht: Numerische Verfahren

explizite FDM

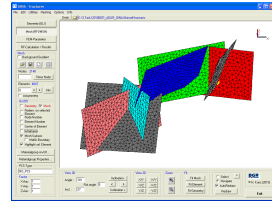


implizite FDM

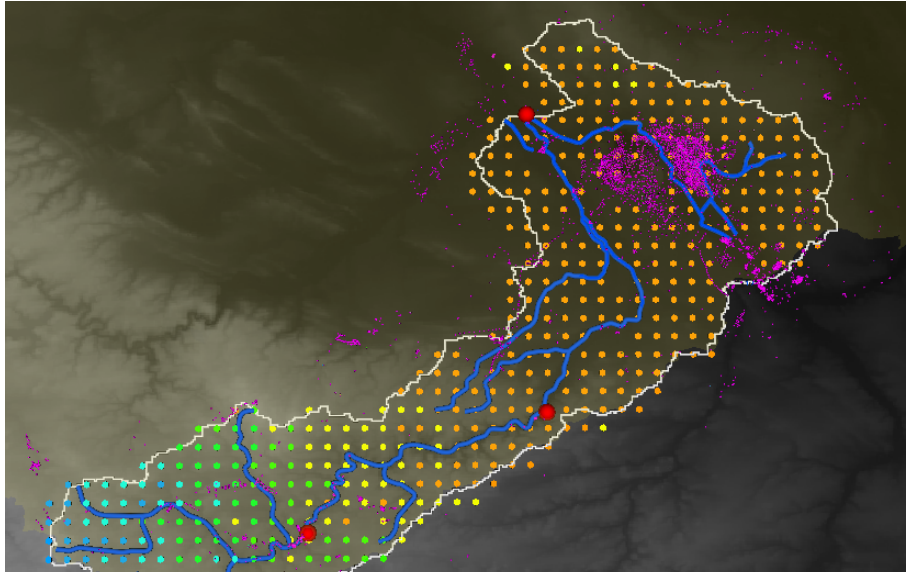


- Pro / Cons
- FDM: einfache Implementierung, starre Geometrien
- FEM: schwieriger zu implementieren (heute), flexible Geometrien

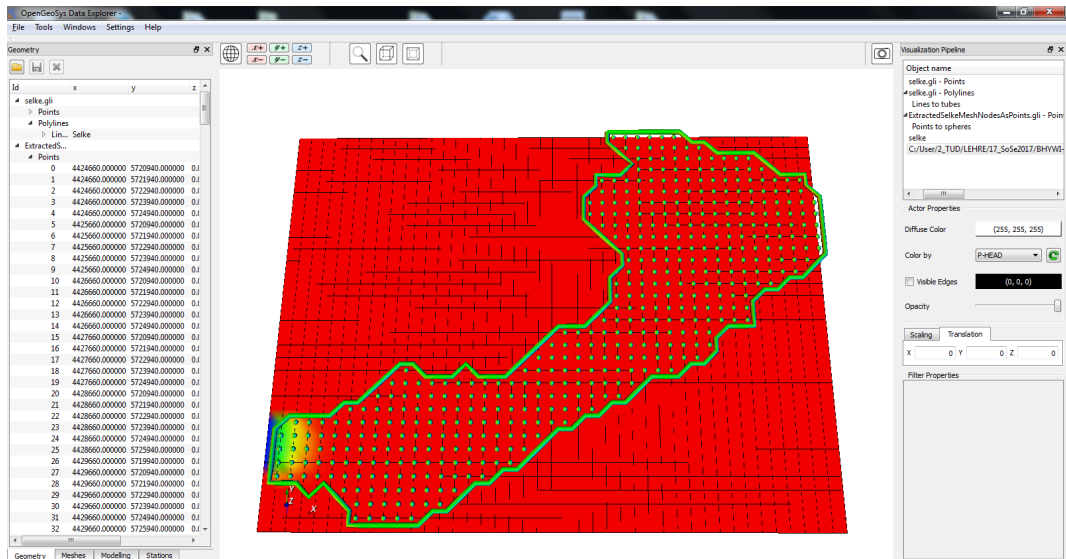
FEM



Selke Einzugsgebiet



Selke Einzugsgebiet



siehe auch Abschn. 4.2 Hydroinformatik II

- Auswertung der Ableitungen zum neuen Zeitpunkt t^{n+1}

$$\left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right]_{i,j}^{n+1} \approx \frac{h_{i-1,j}^{n+1} - 2h_{i,j}^{n+1} + h_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (1)$$

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]_{i,j}^{n+1} \approx \frac{h_{i,j-1}^{n+1} - 2h_{i,j}^{n+1} + h_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta y^2} \quad (2)$$

► Differenzen-Schema

$$\begin{aligned} & S_{i,j} \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} \\ & - K_{i,j}^x \frac{u_{i+1,j}^{n+1} - 2u_{i,j}^{n+1} + u_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} - K_{i,j}^y \frac{u_{i,j+1}^{n+1} - 2u_{i,j}^{n+1} + u_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} = Q_{i,j} \end{aligned} \quad (3)$$

► Gleichungssystem

$$\begin{aligned} & \left(\frac{S}{\Delta t} + 2\frac{K^x}{\Delta x^2} + 2\frac{K^y}{\Delta y^2} \right) u_{i,j}^{n+1} \\ & - \left(\frac{K^x}{\Delta x^2} \right) (u_{i-1,j}^{n+1} + u_{i+1,j}^{n+1}) - \left(\frac{K^y}{\Delta y^2} \right) (u_{i,j-1}^{n+1} + u_{i,j+1}^{n+1}) \\ & = \frac{S}{\Delta t} u_{i,j}^n + Q_{i,j} \end{aligned} \tag{4}$$

Wir vereinfachen die Gleichung (4), indem wir für den Moment annehmen, dass $K^x = K^y = K$ (Isotropie) und $\Delta x = \Delta y = \Delta l$ (gleichförmige Diskretisierung). Die Multiplikation mit $\Delta t/S$ ergibt dann folgende Beziehung.

$$\begin{aligned} & \left(1 + 4 \frac{K \Delta t}{S \Delta l^2}\right) u_{i,j}^{n+1} \\ & - \left(\frac{K \Delta t}{S \Delta l^2}\right) (u_{i-1,j}^{n+1} + u_{i+1,j}^{n+1} + u_{i,j-1}^{n+1} + u_{i,j+1}^{n+1}) \\ & = u_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{S} Q_{i,j} \end{aligned} \tag{5}$$

K : Vergleichen Sie die Beziehung (5) mit der Gleichung (4.10, Skript Hydroinformatik II).

Der Ausdruck $K/S = \alpha$ entspricht dem Diffusivitätskoeffizienten (Überprüfen sie dies anhand der Einheiten). Damit ist die Neumann-Zahl

$$Ne = \frac{K}{S} \frac{\Delta t}{\Delta l^2} \quad (6)$$

Nun versuchen wir anhand der Gleichung (5) die Struktur des zu lösenden Gleichungssystems zu beschreiben. Wir gehen wieder ganz genau so vor wie bei der 1D Diffusionsgleichung im Abschn. 4.2 (Hydroinformatik II).

2D implizite FDM - Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 + 4Ne & -Ne & & & \\ -Ne & \dots & \dots & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & -Ne & 1 + 4Ne & \\ & & & 1 + 4Ne & -Ne \\ & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & -Ne & 1 + 4Ne \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_{0,0}^{n+1} \\ u_{1,0}^{n+1} \\ \dots \\ u_{l-1,0}^{n+1} \\ u_{0,1}^{n+1} \\ \dots \\ u_{l-1,j-1}^{n+1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} u_{0,0}^n + b_{0,0} \\ u_{1,0}^n + b_{1,0} \\ \dots \\ u_{l-1,0}^n + b_{l-1,0} \\ u_{0,1}^n + b_{0,1} \\ \dots \\ u_{l-1,j-1}^n + b_{l-1,j-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

Auch was die Programmierung betrifft, können wir auf unsere Erfahrungen in Hydroinformatik II aufbauen. Es gibt praktisch keinen Unterschied, ob wir es mit einem 1D oder 2D Problem zu tun haben. Wir müssen lediglich aufpassen, dass wir die Indizes richtig zählen.

Wir benutzen die Grundstruktur des objekt-orientierten Programms für das explizite FD Verfahren. Die wesentlichen Unterschiede der impliziten zur expliziten FDM sind, dass wir ein Gleichungssystem aufbauen und lösen müssen.

2D implizite FDM - die main function

```
1 #include <iostream>
2 #include "fdm.h"
3 #include <time.h>
4 extern void Gauss(double*,double*,double*,int);
5 int main(int argc, char *argv[])
6 {
7     //-----
8     FDM* fdm = new FDM();
9     fdm->SetInitialConditions();
10    fdm->SetBoundaryConditions();
11    //-----
12    int tn = 2;
13    for(int t=0;t<tn;t++)
14    {
15        fdm->AssembleEquationSystem();
16        Gauss(fdm->matrix,fdm->vecb,fdm->vecx,fdm->IJ);
17        fdm->SaveTimeStep();
18        fdm->OutputResults(t);
19    }
20    //-----
21    fdm->out_file.close();
22    return 0;
23 }
```

Listing 1: OOP main function

Dennoch können wir erstaunlich viel wiederverwenden, bis auf

```
1 fdm->AssembleEquationSystem();  
2 Gauss(fdm->matrix,fdm->vecb,fdm->vecx,fdm->IJ);
```

Listing 2: Rechenschema

Der Gleichungslöser Gauss ist übrigens genau der gleiche, den wir schon für die Lösung des impliziten FD Verfahrens für die Diffusionsgleichung in Hydroinformatik II benutzt haben.

Der Reihe nach. Die Assemblierfunktion soll das Gleichungssystem (7) aufbauen. Vom Prinzip her das Gleiche wie beim 1D FD Verfahren:

- ▶ Die Hauptdiagonale bekommt den Wert $1 + 4Ne$,
- ▶ die Nebendiagonalen haben den Wert $-Ne$.

Dies lässt sich programmtechnisch recht einfach bewerkstelligen (sie erinnern sich, wie wir in einer Doppelschleife, die Hauptdiagonale herausfinden können)

2D implizite FDM

```
1 void FDM::AssembleEquationSystem()
2 {
3     // Matrix entries
4     for(i=0; i<IJ; i++)
5     {
6         vecb[i] = u[i];
7         for(j=0; j<IJ; j++)
8         {
9             matrix[i*IJ+j] = 0.0;
10            if(i==j)
11                matrix[i*IJ+j] = 1. + 4.*Ne;
12            else if(abs((i-j))==1)
13                matrix[i*IJ+j] = - Ne;
14        }
15    }
16    // Incorporate boundary conditions
17    IncorporateBoundaryConditions();
18    // Matrix output
19    WriteEquationSystem();
20 }
```

Listing 3: Gleichungssystem aufbauen

Übung

- Explizite FDM

`https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS/tree/main/BHYWI-22-E3\_FDM-implizit-Rechteck-python`

```
1 cd ... \HYDROSYSTEMS\BHYWI-22-E3_FDM-implizit-Rechteck-python
```

Listing 4: Verzeichnis auswaehlen

run.bat

```
1 set PATH=%PATH%;C:\MinGW\bin
2 g++ main.cpp fdm.cpp solver.cpp
3 a.exe
4 python isolines.py
```

Listing 5: Skript

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2025

BHYWI-22-B2-05-T15a: Finite-Differenzen-Methode: Übungen

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Cottbus

Dresden, 20.06.2025

Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2025: UW-BHW-625

Datum	B2	Thema	Format
11.04.2025	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
27.06.2025	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
27.06.2025	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
04.07.2025	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
04.07.2025	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
04.07.2025	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR): Übung	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

Übungen

- Werkzeuge
- FDM Rechteckaquifer (explizites und implizites Verfahren)
 - ParaView
 - Python
- FDM Selke-Einzugsgebiet

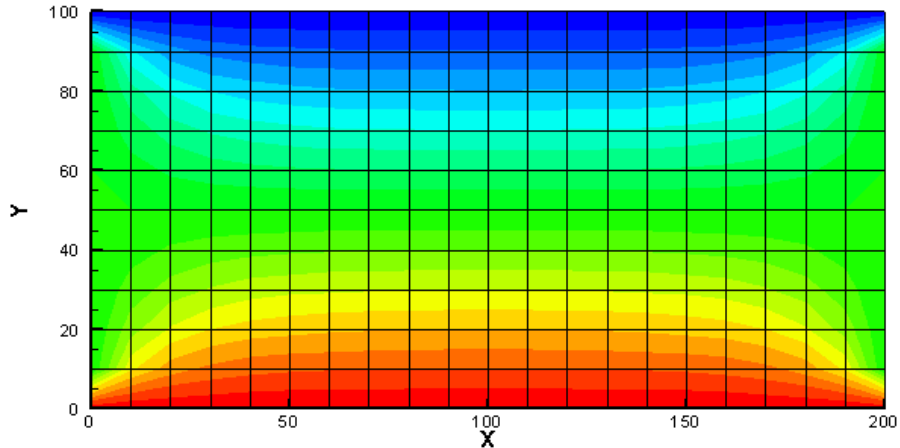
GitHub-Repository für die Übungen:
<https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>



- ▶ Editor (Notepad++)
 - ▶ Compiler (Qt5/MinGW73)
 - ▶ Workflows (Python, (Jupyter))
 - ▶ Ergebnisdarstellung
-
- ▶ Python
 - ▶ ParaView
 - ▶ OpenGeoSys DataExplorer (VISLAB Vorlesung letzte Woche)

FDM Übung: Rechteckaquifer (BHYWI-22-E2_FDM-Rechteck)

Aufgabenstellung



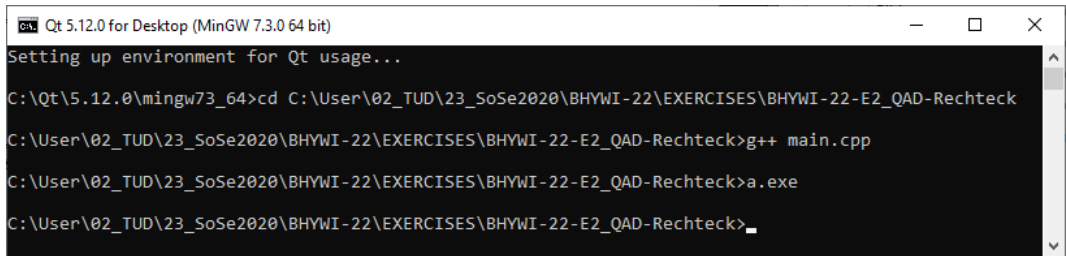
FDM Übung: Rechteckaquifer

Rechenprogramm: main.cpp

```
C:\User\02_TUD\23_SoSe2020\BHYWI-22\EXERCISES\BHYWI-22-E2_QAD-Rechteck\main.cpp - Notepad++
File Edit Search View Encoding Language Settings Tools Macro Run Plugins Window ?
main.cpp x
91 out_file << "VARIABLES = X, Y, H" << std::endl;
92 for(int t=0;t<tn;t++)
93 {
94     start = clock();
95     //-----
96     //time step
97     for(int j=0;j<jy;j++)
98     {
99         nn = j*ix;
100         for(int i=0;i<ix;i++)
101         {
102             n = nn+i;
103             if(IsBCNode(n,bc_nodes))
104                 continue;
105             //if(IsNodeInactive(n,nodes_inactive))
106             //continue;
107             u_new[n] = u[n] \
108                 + Kf/s0*dt/dx2 * (u[n+1]-2*u[n]+u[n-1]) \
109                 + Kf/s0*dt/dy2 * (u[(j+1)*ix+i]-2*u[n]+u[(j-1)*ix+i]) \
110                 + Q/s0;
111         }
112     }
113     //-----
114     end = clock();
115     // check steady state
116     //-----
117     //save time step
118     for(int j=0;j<jy;j++)
```

FDM Übung: Rechteckaquifer

Rechenprogramm: main.cpp Kompilieren und Ausführen



```
Qt 5.12.0 for Desktop (MinGW 7.3.0 64 bit)
Setting up environment for Qt usage...
C:\Qt\5.12.0\mingw73_64>cd C:\User\02_TUD\23_SoSe2020\BHYWI-22\EXERCISES\BHYWI-22-E2_QAD-Rechteck
C:\User\02_TUD\23_SoSe2020\BHYWI-22\EXERCISES\BHYWI-22-E2_QAD-Rechteck>g++ main.cpp
C:\User\02_TUD\23_SoSe2020\BHYWI-22\EXERCISES\BHYWI-22-E2_QAD-Rechteck>a.exe
C:\User\02_TUD\23_SoSe2020\BHYWI-22\EXERCISES\BHYWI-22-E2_QAD-Rechteck>_
```

- ▶ Compiler (Qt5/MinGW73): `g++ main.cpp`
- ▶ Programm ausführen: `a.exe`
- ▶ Ergebnisse: `out.dat`

ParaView

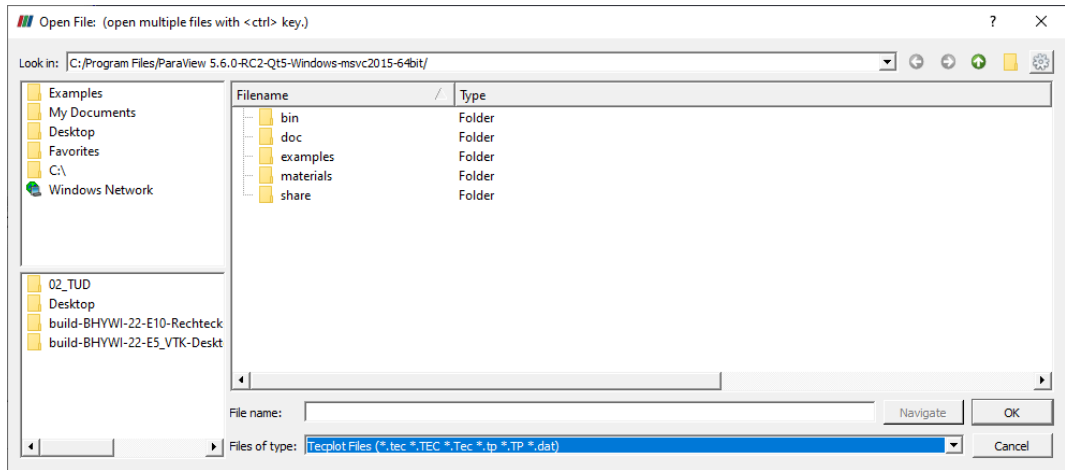
- BHYWI-22-E2_FDM-explizit-Rechteck-paraview

GitHub-Repository für die Übungen:

<https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

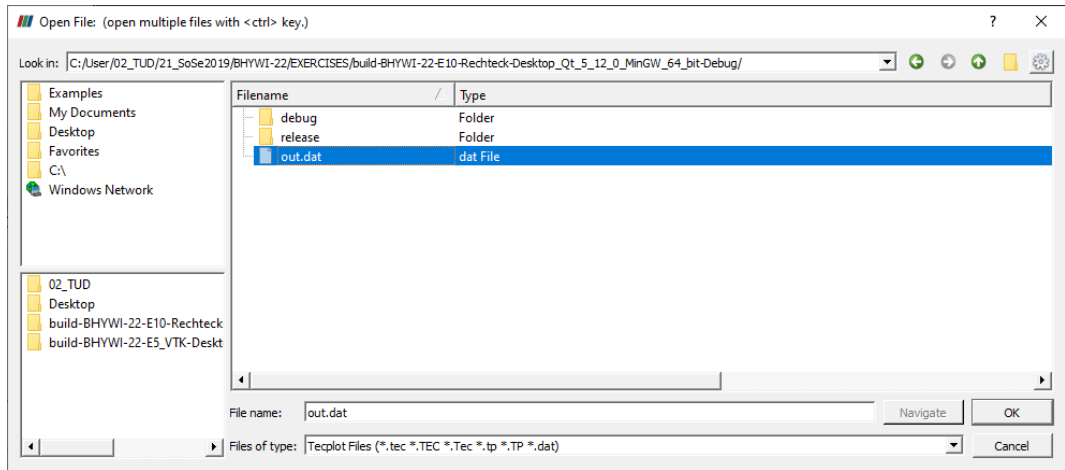
FDM Übung: Rechteckaquifer

Ergebnisse darstellen mit ParaView



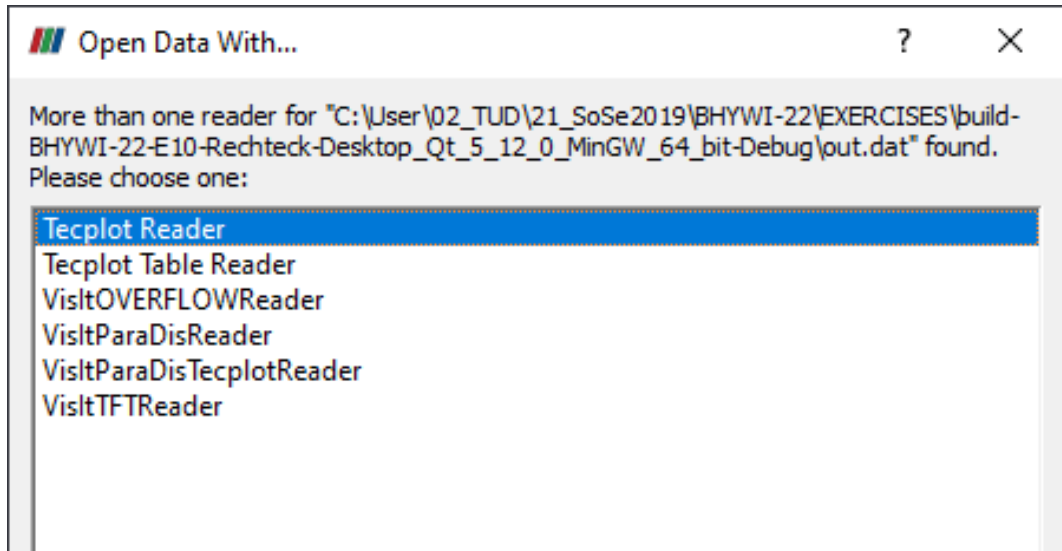
FDM Übung: Rechteckaquifer

Ergebnisse darstellen mit ParaView



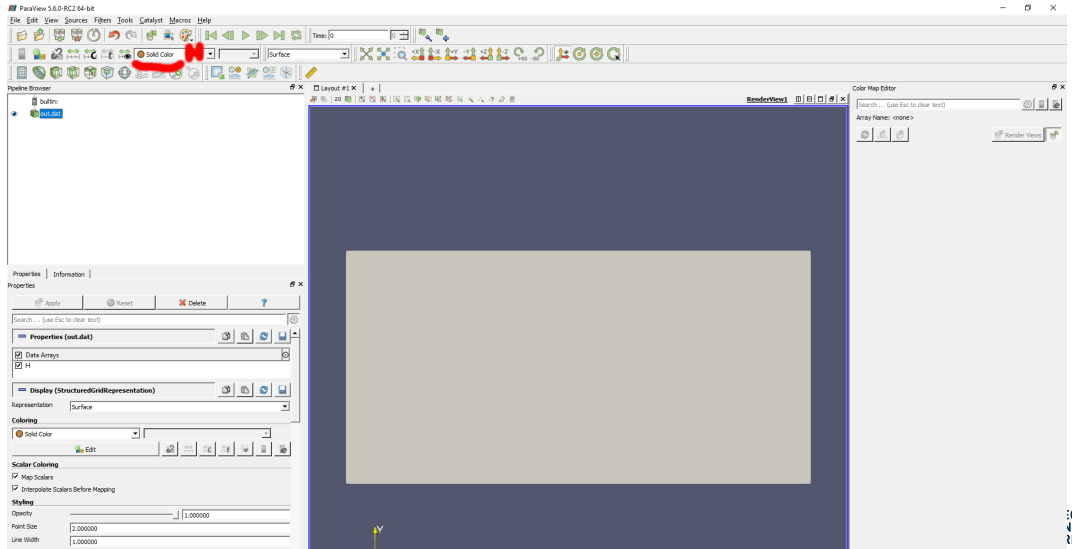
FDM Übung: Rechteckaquifer

Ergebnisse darstellen mit ParaView



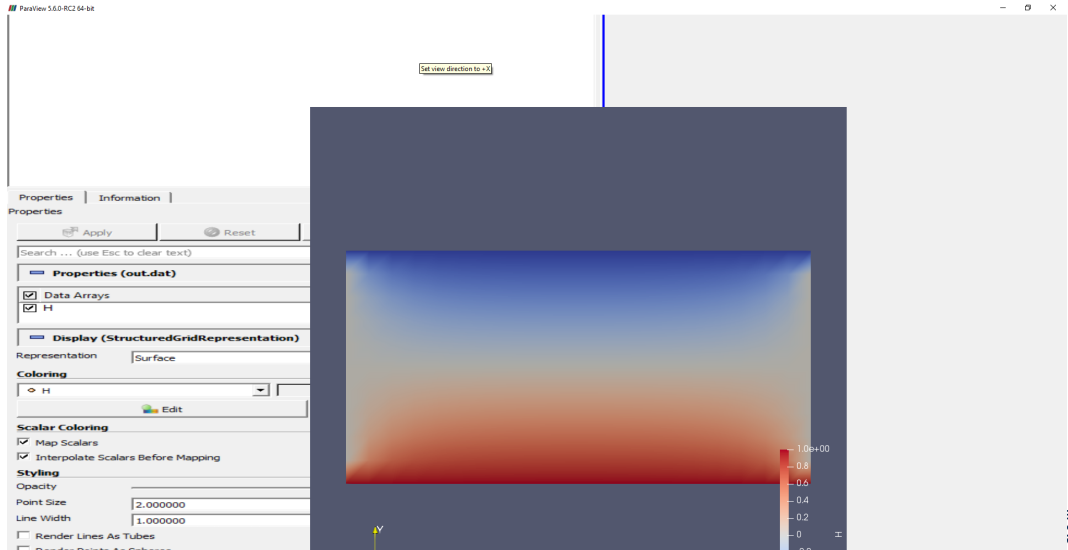
FDM Übung: Rechteckaquifer

Ergebnisse darstellen mit ParaView



FDM Übung: Rechteckaquifer

Ergebnisse darstellen mit ParaView



Python

- BHYWI-22-E2_FDM-explizit-Rechteck-python

GitHub-Repository für die Übungen:

<https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

Python

- BHYWI-22-E3_FDM-implizit-Rechteck-python

GitHub-Repository für die Übungen:

<https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

2D implizite FDM - die main function

```
1 #include <iostream>
2 #include "fdm.h"
3 #include <time.h>
4 extern void Gauss(double*,double*,double*,int);
5 int main(int argc, char *argv[])
6 {
7     //-----
8     FDM* fdm = new FDM();
9     fdm->SetInitialConditions();
10    fdm->SetBoundaryConditions();
11    //-----
12    int tn = 2;
13    for(int t=0;t<tn;t++)
14    {
15        fdm->AssembleEquationSystem();
16        Gauss(fdm->matrix,fdm->vecb,fdm->vecx,fdm->IJ);
17        fdm->SaveTimeStep();
18        fdm->OutputResults(t);
19    }
20    //-----
21    fdm->out_file.close();
22    return 0;
23 }
```

Listing 1: OOP main function

Python

- BHYWI-22-E5_FDM-Selke-python

GitHub-Repository für die Übungen:

<https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

2D explizite FDM - die main function

```
1 #include <iostream>
2 #include <time.h>
3 #include "fdm.h"
4 int main(int argc, char *argv[])
5 {
6     clock_t start, end;
7     start = clock();
8     //-----
9     FDM* fdm = new FDM();
10    fdm->SetActiveNodes();
11    fdm->SetInactiveNodes();
12    fdm->SetInitialConditions();
13    fdm->SetBoundaryConditions();
14    //-----
15    int tn = 10;
16    for(int t=0;t<tn;t++)
17    {
18        fdm->RunTimeStep();
19        fdm->SaveTimeStep();
20        if(t==tn-1)
21            fdm->OutputResults(t);
22    //    if((t%10)==0)
23    //        fdm->OutputResultsVTK(t);
24    }
25    //-----
26    end = clock();
27    return 0;
28 }
```

Listing 2: OOP main function

```
1 #include <iostream>
2 #include <time.h>
3 #include "fdm.h"
4 int main(int argc, char *argv[])
5 {
6     //-----
7     FDM* fdm = new FDM();
8     fdm->SetActiveNodes();
9     fdm->SetInactiveNodes();
10    fdm->SetInitialConditions();
11    fdm->SetBoundaryConditions();
12    //-----
13    int tn = 1000;
14    for(int t=0;t<tn;t++)
15    {
16        fdm->RunTimeStep();
17        fdm->SaveTimeStep();
18        if(t==tn-1)
19            fdm->OutputResults(t);
20    }
21    //-----
22    return 0;
23 }
```

Listing 3: Explizites Verfahren

```
1 #include <iostream>
2 #include "fdm.h"
3 #include <time.h>
4 extern void Gauss(double*,double*,double*,int);
5 int main(int argc, char *argv[])
6 {
7     //-----
8     FDM* fdm = new FDM();
9     fdm->SetInitialConditions();
10    fdm->SetBoundaryConditions();
11    //-----
12    int tn = 2;
13    for(int t=0;t<tn;t++)
14    {
15        fdm->AssembleEquationSystem();
16        Gauss(fdm->matrix,fdm->vecb,fdm->vecx,fdm->IJ);
17        fdm->SaveTimeStep();
18        fdm->OutputResults(t);
19    }
20    //-----
21    fdm->out_file.close();
22    return 0;
23 }
```

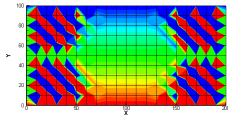
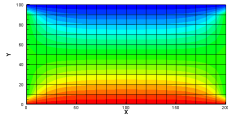
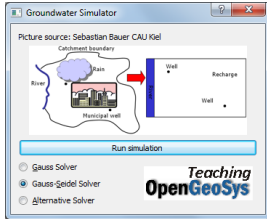
Listing 4: Implizites Verfahren

Numerische Verfahren

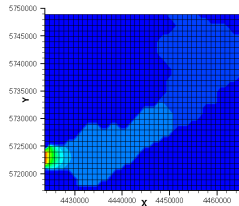
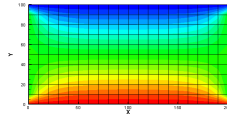
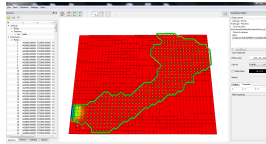
- ...

Übersicht: Numerische Verfahren

explizite FDM

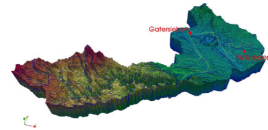
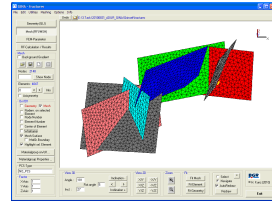


implizite FDM



- Pro / Cons
- FDM: einfache Implementierung, starre Geometrien
- FEM: schwieriger zu implementieren (heute), flexible Geometrien

FEM



Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2025

UW-BHW-625-B2: Zusammenfassung und Klausurinfo

Andreas Hartmann, Olaf Kolditz et al.

¹Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

²Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Berlin

Dresden, 18.07.2025

- ▶ Andreas Hartmann: Grundlagen der hydrologischen Modellierung, Karsthydrologie
- ▶ Peter Krebs: Urbanhydrologie-, Stofffluss- und Prozessmodelle in der Siedlungswasserwirtschaft
- ▶ Luise Wanner/ Matthias Mauder: Large-Eddy-Simulation in der hydro-meteorologischen Forschung
- ▶ Andre Lerch: CFD Modellierung in der Verfahrenstechnik zur Wasseraufbereitung
- ▶ Olaf Kolditz, Erik Nixdorf; Haibing Shao, Zhao Chen; Lars Bilke, Karsten Rink: Numerische Methoden (Strömung, Stoff- und Wärmetransport)

Übersicht der Lehrveranstaltung

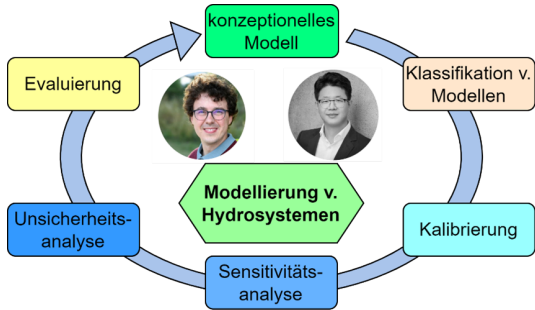


Fig.: Erster Block: B1

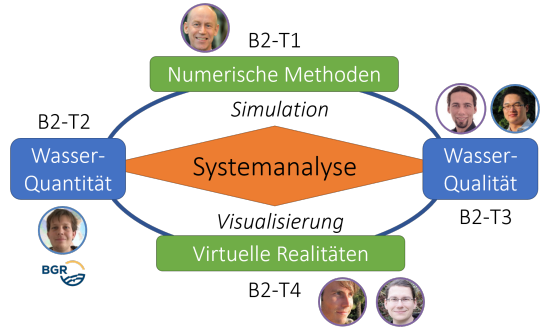
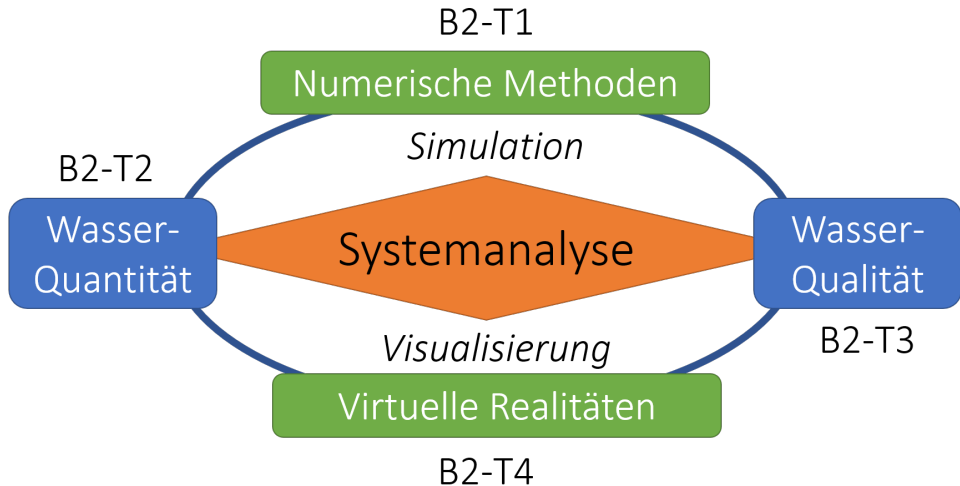


Fig.: Zweiter Block: B2

Zweiter Block: B2

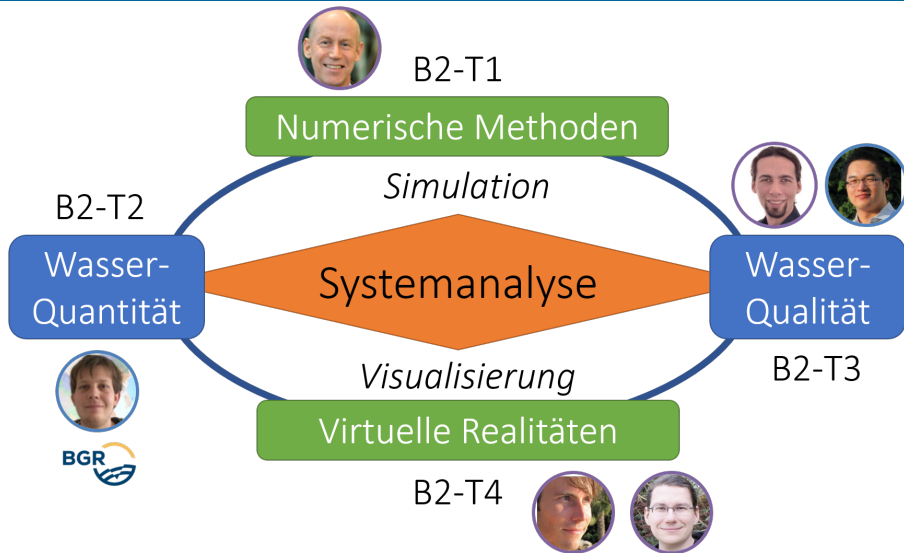
Übersicht der Lehrveranstaltung

Konzept



Übersicht der Lehrveranstaltung

Dozenten



Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2025: UW-BHW-625

Datum	B2	Thema	Format
11.04.2025	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
20.06.2025	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
27.06.2025	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
27.06.2025	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
04.07.2025	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
04.07.2025	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
04.07.2025	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR): Übung	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
11.07.2025	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao/Chen)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
18.07.2025	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

Übersicht der Lehrveranstaltung: Lehre-Webseite

The screenshot shows the UFZ (Helmholtz Zentrum für Umweltforschung) website. The main navigation bar includes 'UFZ', 'Themenbereiche / Departments', 'Forschung', 'Medien & Presse', 'Veranstaltungen', and 'Karriere & Jobs'. The left sidebar lists various research areas, with 'Smarte Modelle und Monitoring' selected. The main content area displays the course 'Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)' for the 'Sommersemester 2022'. It includes details about the hybrid event, the professors (Prof. Hartmann and Prof. Kolditz), and a diagram illustrating the course structure. The diagram shows 'Wasser-Quantität' and 'Wasser-Qualität' leading to 'Systemanalyse', which is supported by 'Numerische Methoden', 'Simulation', 'Visualisierung', and 'Virtuelle Realitäten'. The right sidebar contains contact information, events, and publications.

UFZ HELMHOLTZ Zentrum für Umweltforschung

Themenbereiche / Departments > Smarte Modelle und Monitoring > Umweltinformatik > Lehre > Hydrosystemanalyse

Professur für Grundwasserwirtschaft
Professur für Angewandte Umweltsystemanalyse
Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)

Sommersemester 2022

Hybride Veranstaltung: Freitags, 4.-5./6. DS: 13:00 - 16:20/18:10 Uhr
2 Blöcke (Prof. Hartmann / Prof. Kolditz)

1. Block [08.04-22.05.2022]: Hydrosystemanalyse (Hartmann et al.)
2. Block [27.05-15.07.2022]: Hydrosystemanalyse (Kolditz, Blikke, Nixdorf, Shao, Rink)

Diagram illustrating the course structure:

- Wasser-Quantität
- Wasser-Qualität
- Systemanalyse
- Numerische Methoden
- Simulation
- Visualisierung
- Virtuelle Realitäten

Contact

Hydroinformatik II

- OPAL (für Einschreibung und Mailingliste)
- Vorlesungen: Freitags, 2. DS (09:20-10:50) hybrid online und HSZ/403/H (beachten Sie bitte die aktuellen Informationen)
- Sprechstunde: Nach Vereinbarung
- Notfall-Mobile: 0151 52739034

Events

- Link zur Videovorlesung (ohne pwd)
- Link zur Videovorlesung (mit pwd)
- Link zu den Übungen
- New: Online Tutorial
- Link zu den Vorlesungsunterlagen

Publications

Computational Methods in Environmental Fluid Mechanics

Link:

<https://www.ufz.de/index.php?de=40426>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Vorlesungsmaterial (overleaf)

The screenshot shows the Overleaf web editor interface. The left sidebar contains a file explorer with the following files: figures, BHYWI-22-B2-01-T1.0, BHYWI-22-B2-02-T11.tex, BHYWI-22-B2-03-T12.tex, BHYWI-22-B2-03.tex, BHYWI-22-B2-04.tex, BHYWI-22-B2-05.tex, BHYWI-22-B2-06.tex, BHYWI-22-B2-07.tex, BHYWI-22-B2-08.tex, BHYWI-22-B2-09-FEM.tex, BHYWI-22-B2-10-DBM.tex, BHYWI-22-B2-11-HHM.tex, commands.tex, head.tex, numerk.tex, overview.tex, packages.tex, schedule.tex, templates.tex, and title.tex. The main editor displays the compiled PDF content. The title page has a blue header with the text 'Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022' and 'BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)'. Below the title, it lists the authors: Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf. The table of contents lists two main blocks: Block 1 (IGW) and Block 2 (Hydrosystemanalyse).

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022
BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig
²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden
³Center for Advanced Water Research – CAWR
⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig
⁵Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Berlin

Dresden, 27.05.2022

BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2) // 27.05.2022

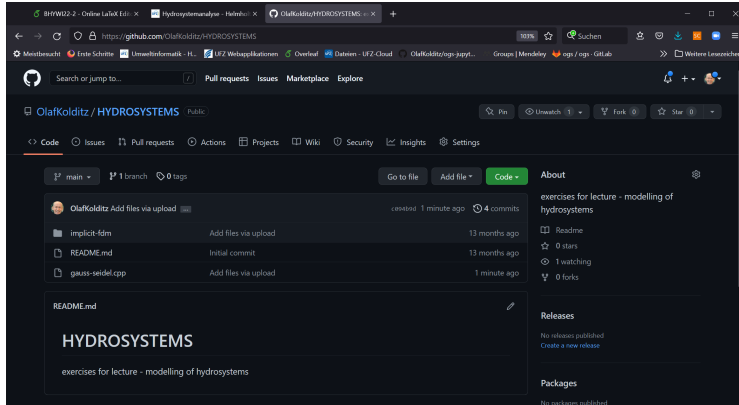
Übersicht der Lehrveranstaltung

2 Blöcke der Veranstaltung:

- Block 1: IGW (Prof. Hartmann)
⇒ 08.04-20.05.2022
- Block 2: Hydrosystemanalyse (Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf)
⇒ 27.05-15.07.2022

Link: <https://www.overleaf.com/read/szgpcjggwdqc>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)



Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

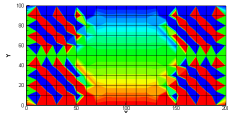
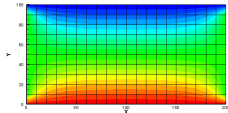
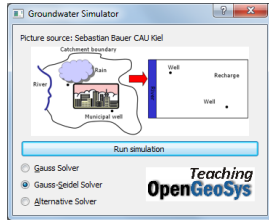
- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

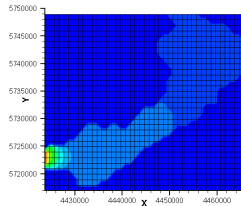
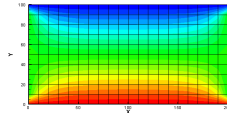
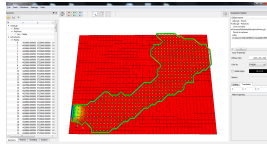
- ▶ Grundlagen der Hydromechanik
- ▶ Grundwasserströmungsgleichung
- ▶ Grundlagen Numerische Methoden
- ▶ Finite-Differenzen-Methoden (explizit / implizit) 2D
- ▶ Prinzipbeispiel: Grundwasserströmung im Einzugsgebiet

Übersicht: Numerische Verfahren

explizite FDM

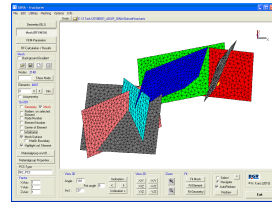


implizite FDM



- Pro / Cons
- FDM: einfache Implementierung, starre Geometrien
- FEM: schwieriger zu implementieren (heute), flexible Geometrien

FEM



- ▶ Konzeptionelle Modellierung
- ▶ Herleitung der Grundwasserströmungsgleichung (Parameter)
- ▶ Grundwassertypen (gespannt, ungespannt)
- ▶ Geographische Informationssysteme (GIS)
- ▶ Randbedingungen: Neubildung
- ▶ Interaktion Oberflächen- und Grundwassersysteme
- ▶ Selke-Beispiel
- ▶ Übung: Modellaufbau mit OpenGeoSys (OGS) Selke (Detail)

- ▶ Stofftransport: Modellgleichungen, Massenbilanz
- ▶ Advektions-Diffusions-Gleichung (ADE),
- ▶ Sorption und Zerfall
- ▶ Numerische Methoden: Finite-Elemente-Methode (1D, 2D)
- ▶ Übungen (Matlab, OGS)

- ▶ Datenintegration, Methoden und Notwendigkeit
- ▶ Welche Daten benötige ich für den Modellaufbau?
- ▶ Welche Daten sind überhaupt verfügbar (Datenmengen, Auflösungen, ...)
- ▶ Klassifikation von Daten
- ▶ Raster- und Vektordaten
- ▶ Visualisierung: graphische Methoden, Techniken bei der Darstellung geowissenschaftlicher Daten
- ▶ Probleme, die bei der Integration bzw. Verschneidung geowissenschaftlicher Daten auftreten können