

Hydroinformatik - SoSe 2025

UW-BHW-414M: Zusammenfassung | Ausblick: Grundwassermodellierung

Prof. Dr.-Ing. habil. Olaf Kolditz

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

Dresden, 18.07.2025

Zeitplan: Hydroinformatik I+II

Sommersemester 2025

Stand: 08.05.2025

Nr.	KW	Datum	ID	Thema
01	15	11.04.2025	UW-BHW-414-A	Einführung, Werkzeuge#1, Hello World
03	17	25.04.2025	UW-BHW-414-B	Umweltinformatik, Werkzeuge#2 (git), Datentypen
05	18	02.05.2025	UW-BHW-414-C	Selbststudium
07	19	09.05.2025	UW-BHW-414-D	Objekt-Orientierte Programmierung: C++, Klassen
09	20	16.05.2025	UW-BHW-414-E	Python
11	21	23.05.2025	UW-BHW-414-F	Modellierung, Digitalisierung, Wasser 4.0
13	22	30.05.2025	UW-BHW-414-G	KI, Maschinelles Lernen, Neuronale Netzwerke
15	23	06.06.2025	UW-BHW-414-H	Kontinuumsmechanik, Hydromechanik
05	18	13.06.2025		Vorlesungsfreie Woche
17	25	20.06.2025	UW-BHW-414-I	Differentialgleichungen, Näherungsverfahren
19	26	27.06.2025	UW-BHW-414-J	Finite-Differenzen, explizite Verfahren
21	27	04.07.2025	UW-BHW-414-K	Finite-Differenzen, implizite Verfahren
23	28	11.07.2025	UW-BHW-414-L	Gerinnehydraulik, Grundwasserhydraulik
25	29	18.07.2025	UW-BHW-414-M	Zusammenfassung, Klausurvorbereitung

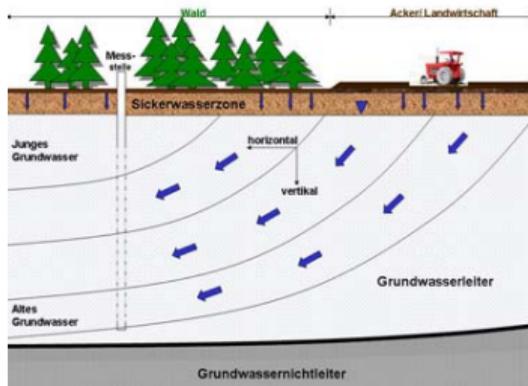
- 3 Gerinne-Hydraulik: Theorie und Übung
 - 2 Energieerhaltung: Bernoulli-Gleichung
 - 1 Impulserhaltung: Saint-Venant-Gleichungen
 - 0 Newton-Verfahren
-

- 1 Zusammenfassung und Abschluss Übungen (Jupyter Notebook)
 - 2 Einführung Grundwassermodellierung (Ausblick 6. Semester MvH)
 - 3 Studierenden-Befragung (QR code)
-

- 4 Klausur am 01.08.2025: 09:20 bis 10:50 Uhr im Gerhart-Potthoff-Bau POT/13/U

Diffusionsprozesse

- Schadstoffe im GW (Quellen)



- Mathematik

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

- Lösung: FDM (ex/im)

Gerinnehydraulik

- Weißeritz (Quellen)



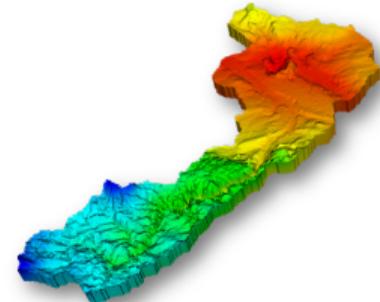
- Mathematik

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha(u) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

- Lösung: Newton

Grundwasserströmung

- Selke-Modell



- Mathematik

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

- Lösung: Gauss-Seidel, FEM (MvH im 6. Sem)

Übungsabschluss: Jupyter Notebook

- Gerinne-Hydraulik
- HA: implizites Finite-Differenzen Verfahren
- `git merge`

Jupyter Notebook für Gerinne-Hydraulik-Übung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN

Professur für Angewandte Umweltsystemanalyse an der TU Dresden
Prof. Dr.-Ing. habil. Olaf Kolditz
Hydroinformatik II (HyBHW-2-01)
Lehre-Webseite

Exercise 10 - Gerinnehydraulik

Problembestellung

- siehe Vorlesungen 13 und 14 (<https://www.overleaf.com/read/qttm9fhtwq>)

Lösung

- Newton-Verfahren

In [1]:

```
!os.system("a.exe")  
#Starten eines ausführbaren Programms aus einem Jupyter Notebook  
!g++ main-newton.cpp  
!a.exe
```

```
0.297971  
0.220505  
0.162662  
0.148053  
0.123446  
0.100403  
0.0871612  
0.0737209  
0.0602457  
0.0520237  
0.047413  
0.0012187  
0.0032e-005  
13
```

In [7]:

```
import matplotlib.pyplot as plt  
import csv  
  
x = []  
y = []  
  
with open("out.csv", "r") as csvfile:  
    plots = csv.reader(csvfile, delimiter=',')  
    for row in plots:  
        x.append(float(row[0]))  
        y.append(float(row[1]))  
  
plt.plot(x,y, label="Data loaded from file: out.csv")  
plt.xlabel("x")  
plt.ylabel("y")  
plt.title("Hydroinformatics II (Olaf Kolditz)/Exercise BHWI-08-11-for  
plt.savefig("gerinne.png")  
plt.show()
```

Hydroinformatics II (Olaf Kolditz)
Exercise BHWI-08-11-for-python
Newton-Verfahren Gerinnehydraulik

648

- ▶ Jupyter notebooks starten von der Konsole/Terminal:
jupyter notebook your-filename.ipynb
- ▶ neue Zellen einfügen und code übertragen
- ▶ externe Programme (z.B. Compiler) können mit !g++
startet werden
- ▶ Windows: PATH muss gesetzt sein
- ▶ Mac/Linux/Ubuntu: aktuelles Verzeichnis muss bei jedem
Aufruf explizit angegeben sein: ! ./g++
- ▶ Zellen müssen beim Starten auf code gestellt sein

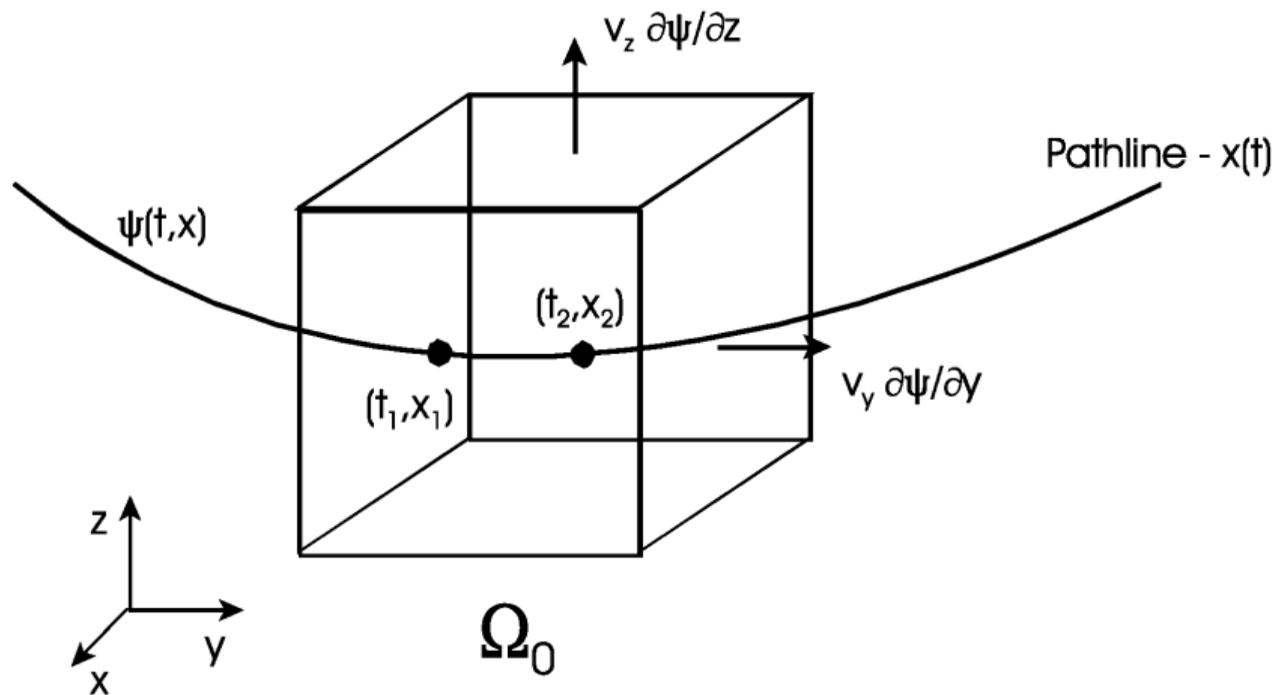
Grundwasserströmung

Einführung

- Theorie
- Prinzipbeispiel

- ▶ Grundlagen (kurze Wiederholung)
- ▶ Grundwassergleichung
- ▶ Prinzip-Beispiel
- ▶ Bilanzierung
- ▶ Berechnungsverfahren
- ▶ ...

Das Euler Prinzip (Wdh)



$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f}^e + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \sigma \quad (1)$$

In index notation the above vector equation is written as

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= g + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

with $u = v_x, v = v_y, w = v_z$ and $\mathbf{f}^e = \mathbf{g}$.

Flow Equations - Systematic (Wdh)

Stress Tensor

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

Navier-Stokes Equation

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} \quad (4)$$

Euler Equation

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (5)$$

Stokes Equation

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} \quad (6)$$

Darcy Equations

$$0 = \mathbf{f}^e - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v}$$

$$\frac{\partial n\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (n\rho\mathbf{v}) = Q_\rho \quad (8)$$

Für ein inkompressibles Fluid gilt dann (PF)

$$\rho \frac{\partial n}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = Q_\rho \quad (9)$$

oder noch besser

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = \frac{Q_\rho}{\rho_0} \quad (10)$$

In der Grundwasserhydraulik gilt

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (11)$$

$$n\mathbf{v} = \mathbf{q} = -\mathbf{K}\nabla h \quad (\text{Darcy Gesetz}) \quad (12)$$

Dabei sind: S der Speicherkoeffizient, h die Piezometer- oder hydraulische Höhe, \mathbf{q} die Darcy- oder Filtergeschwindigkeit und \mathbf{K} der hydraulische Leitfähigkeitstensor.

$$S \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = Q$$

$$S \frac{\partial h}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla h) = Q$$

$$S \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = Q$$

Wir begnügen uns mit einem 2-D horizontalen Modell.

$$S \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = Q \quad (13)$$

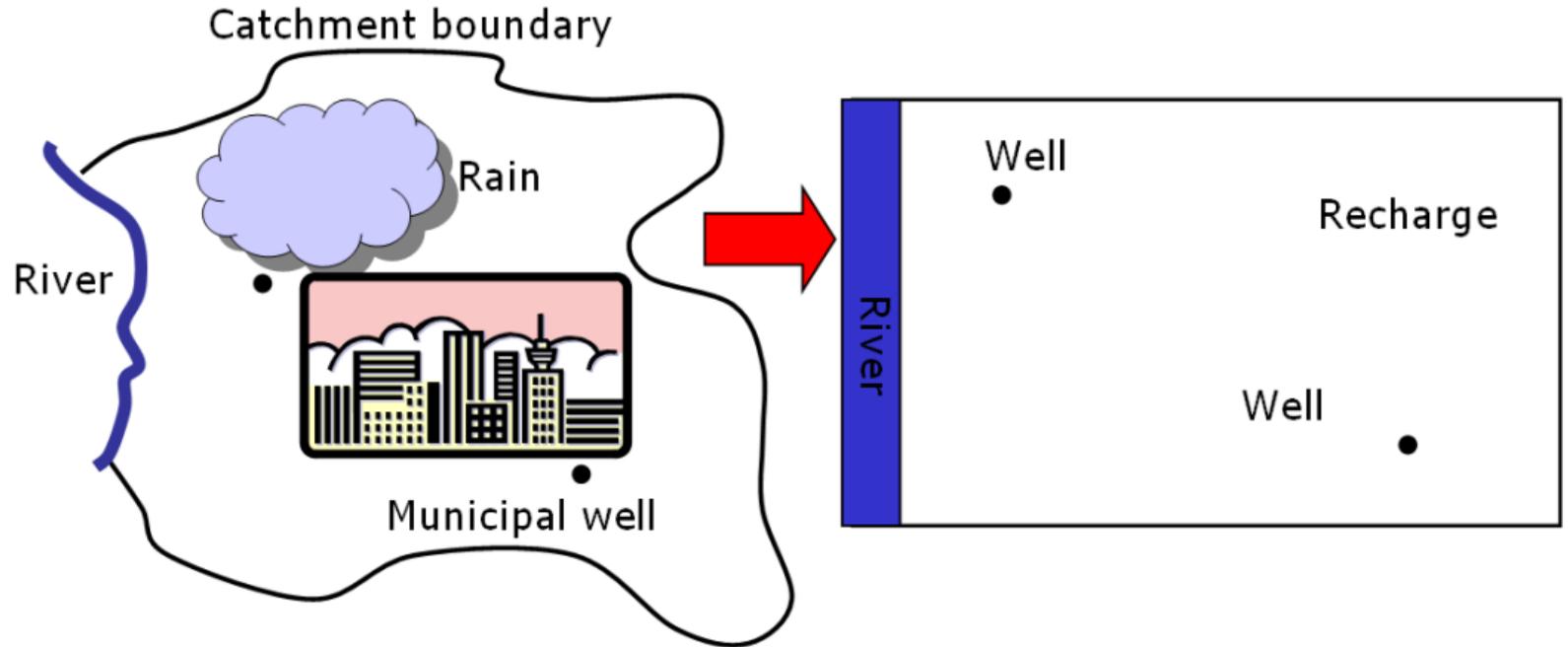
Grundwasserströmung

Einführung

- Prinzipbeispiel

Grundwasser: Prinzip-Beispiel

Idee



Quelle: Sebastian Bauer (Uni Kiel)

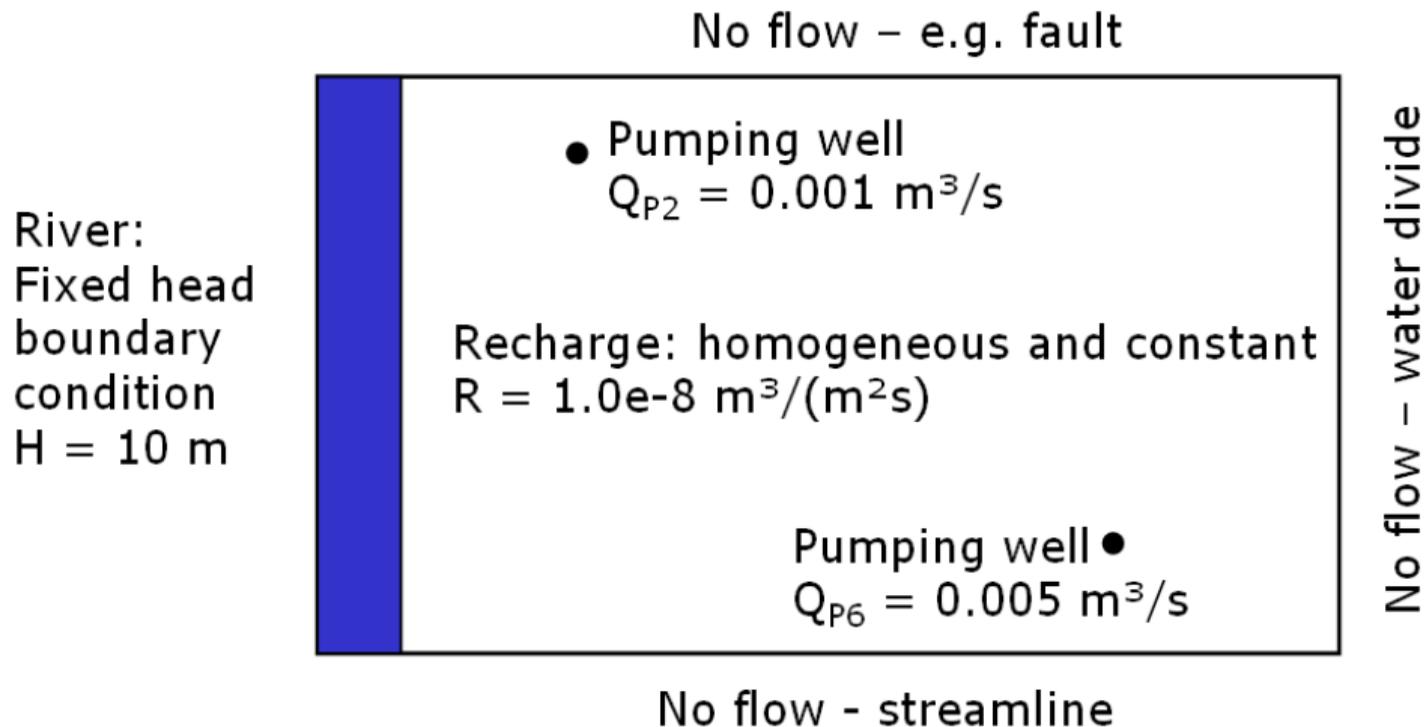
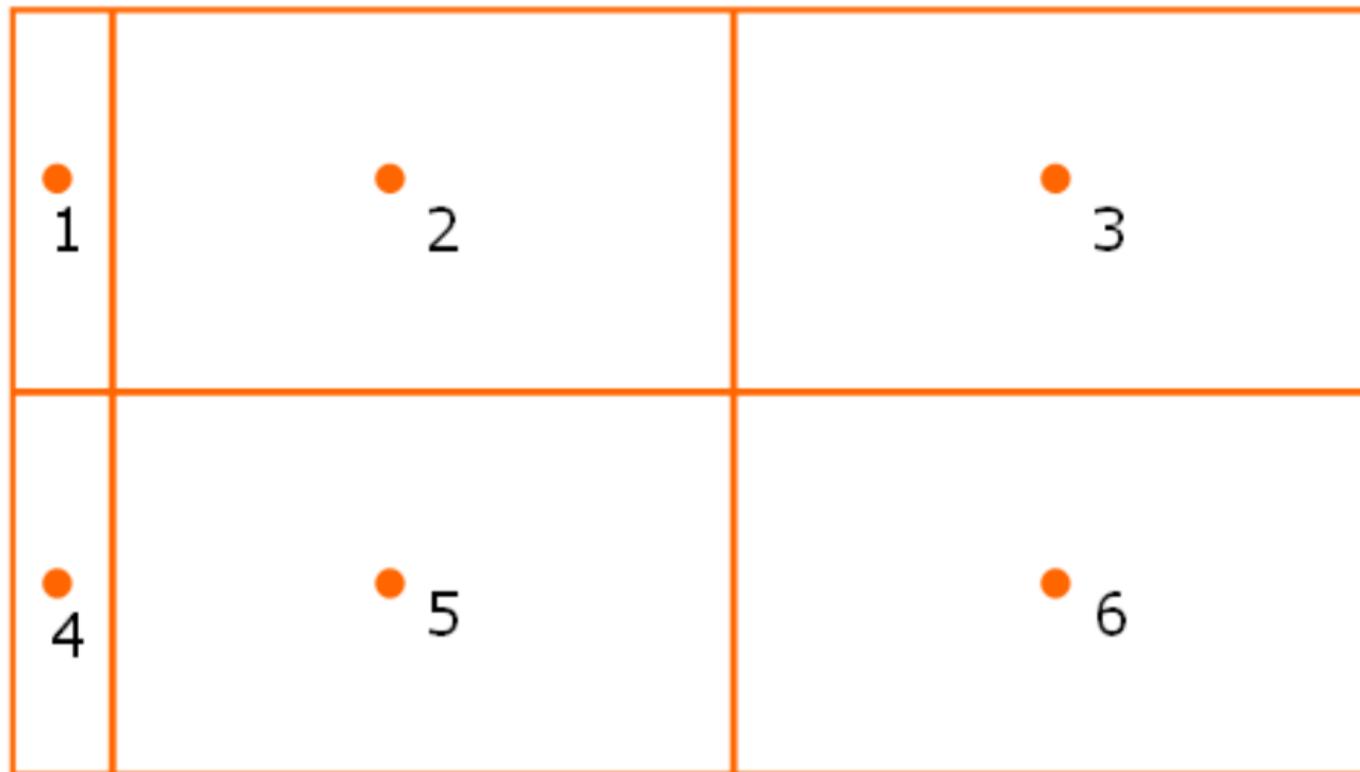


Fig.: Definition der Randbedingungen

Prinzip-Beispiel

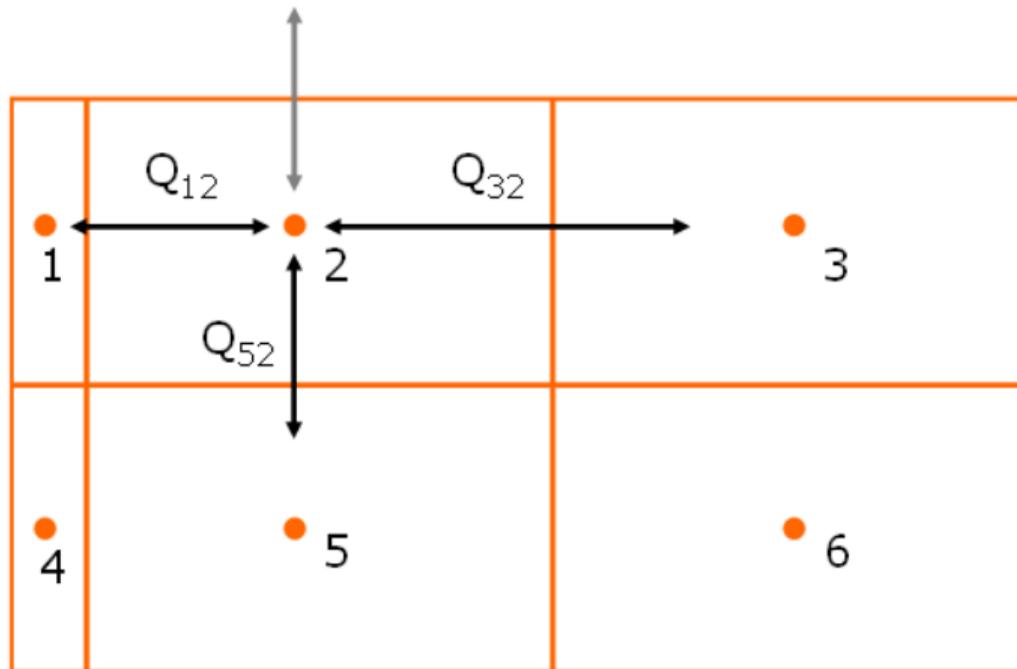
Diskretisierung



$\Delta y_2 = 500 \text{ m}$ $\Delta y_1 = 500 \text{ m}$

Prinzip-Beispiel

Bilanzierung: Finite-Differenzen >> Hier geht's im 6. Semester weiter ...



$$Q_{12} + Q_{32} + Q_{52} + Q_R + Q_{P2} = 0$$



Fakultät für Umweltwissenschaften

Bestätigung für die erfolgreiche Absolvierung der Übungen

in Hydroinformatik 2025

Zertifikat für
STUDENTIN / STUDENT

Inhalte:

Basics in C++/Python, Versionsmanagement mit
git/gihub, Workflows mit Jupyter Notebooks

Prof. Dr-Ing. habil. Olaf Kolditz

Klausur

- 01.08.2025: 09:20 bis 10:50 Uhr im Gerhart-Potthoff-Bau POT/13/U
- Programmierter Teil: Abgabe der Übungen bis 25.07.2025
- Klausurfragen #1: Fragen im Skript Hydroinformatik II (Strömungsmechanik)
- Klausurfragen #2: Vorlesungsmaterial
- Klausurfragen #3: Verständnisfragen zur Programmierung
- zugelassenes Material: Alles ABER Rechner sind offline