

## „ Regionale Grundwassersysteme“

Veranstaltung im Modul Modellierung von Hydrosystemen

- Teil 2: Parametrisierung und Randbedingungen

Prof. Dr. Olaf Kolditz

Dr. Erik Nixdorf

12.07.2024

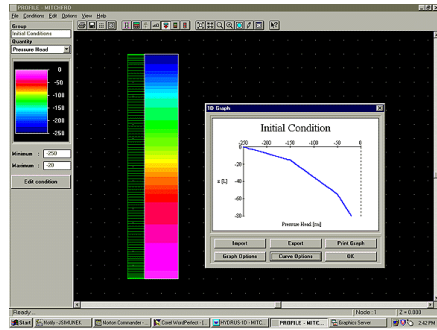
# Regionale Grundwassersysteme -Aufbau

---

- 3 Teile, 2mal Vorlesung und 1mal Übung, Ende gegen 18:10
  - a. V1: Grundwasserströmungsgleichung
    - I. Herleitung der Grundwassergleichung in der Potentialform
    - II. Diskussion der Parameter des Grundwasserleiters
    - III. Analytische Lösungen
  - b. V2: Parametrisierung und Randbedingungen
    - I. Räumlich-zeitliche Dimensionalität und Diskretisierung
    - II. Randbedingungen und Quellterme
  - c. Übung mit OpenGeoSys und ParaView
    - I. Analytische Lösungen vs. OpenGeoSys
-

# Modelldimensionalität - Räumlich

- Ein-Dimensionale Modelle

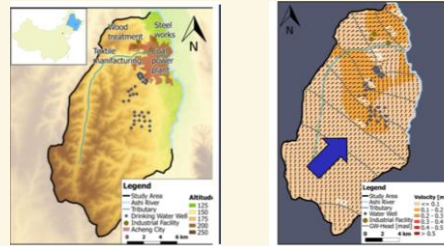


- Beispiel: Berechnung der transienten Perkolation in einem Bodenprofil

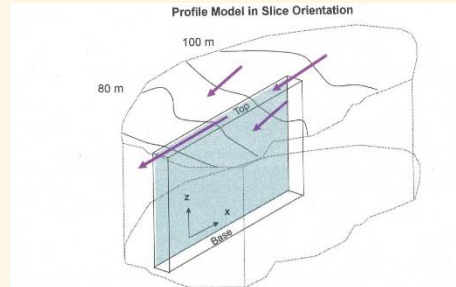
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\theta) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right) - S$$

- Zwei-Dimensionale Modelle

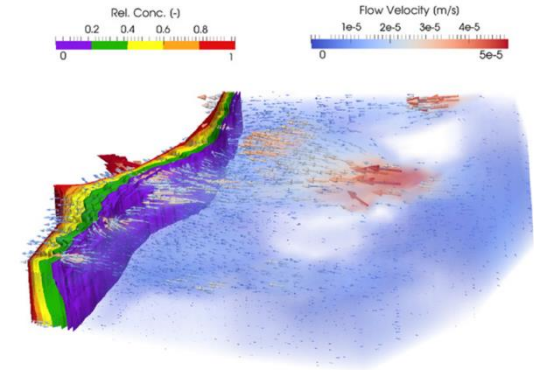
- Planare Modelle (x-y-Modell)



- Profilmodelle (x-z-Modell)



- Drei-Dimensionale Modelle



## 2D-Planare Modelle – Vorteile und Grenzen

- Planare Modelle sind ausschließlich über Randbedingungen an den Seiten definiert
- Austausch mit anderen Aquiferen kann über Leakage-Terme berechnet werden
- $$q_L = -K_z \frac{\hat{H} - H}{b}$$
- 3D wirksame Hydraulische Elemente (an Modellrändern, homogener Aquifer) befinden sich im Mindestabstand  $d$  (Haitjema 2006, p.788):
  - $d > 5b \sqrt{\frac{K_h}{K_v}}$ ;  $b$  = Aquifermächtigkeit
- Abweichungen gegenüber 3D Modellen korrelieren mit der Stärke des Gradient der Grundwasserspiegellage

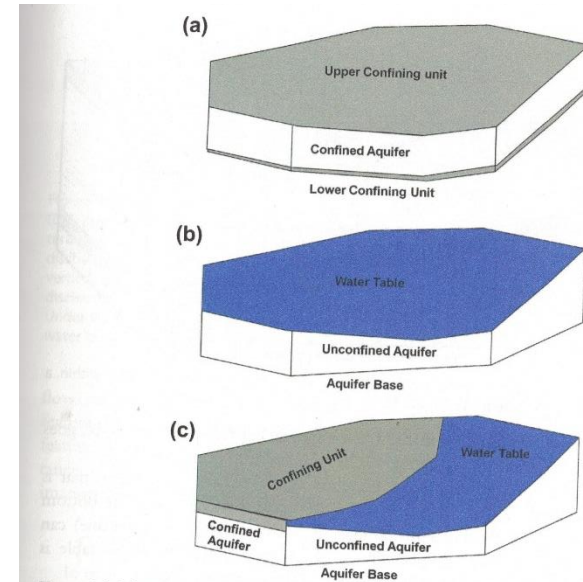
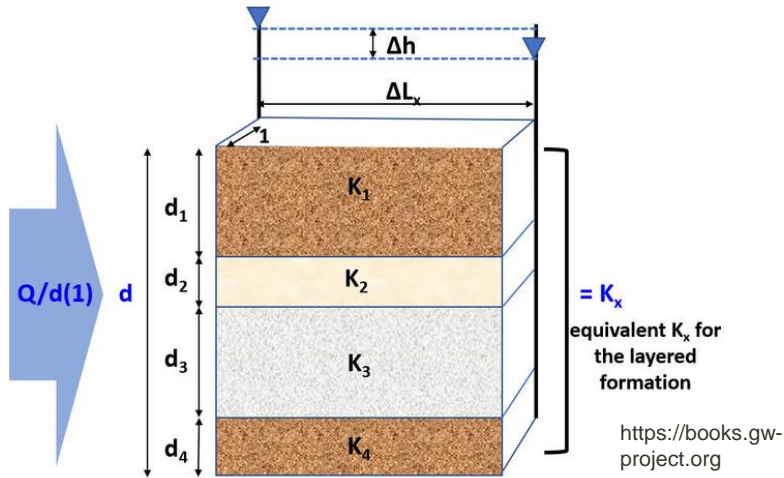


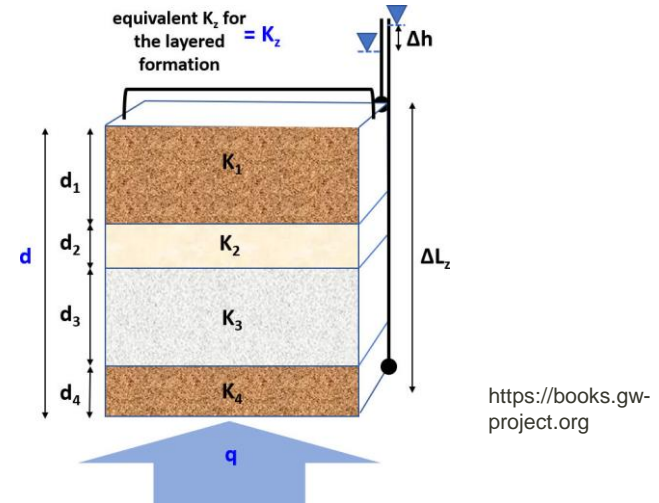
Figure 4.1 Schematic representation of two-dimensional (2D) areal models. (a) Confined aquifer bounded by an upper and lower confining bed. The upper confining bed may be overlain by an unconfined aquifer (see Fig. 4.2), which provides a source of water to the confined aquifer via leakage through the confining bed. Heads represent the potentiometric surface defined by the elevation of water levels in wells penetrating the confined aquifer (see Fig. 4.2). (b) Head in an unconfined aquifer is equal to the elevation of the water table,  $h$ , above the base of the aquifer (see Figs. 4.2 and 4.3). The thickness of the model layer is equal to  $h$  and varies spatially. (c) A 2D areal model may simulate both confined and unconfined conditions within the same model layer.

## 2D-Planare Modelle : Berechnung von äquivalenten hydraulischen Eigenschaften

- Das Zusammenfassen von hydrostratigraphischen Schichten für die Simulation eines 2D planaren Modells führt zu richtungsabhängigen hydraulischen Parametern zur äquivalenten Repräsentation des Strömungssystems



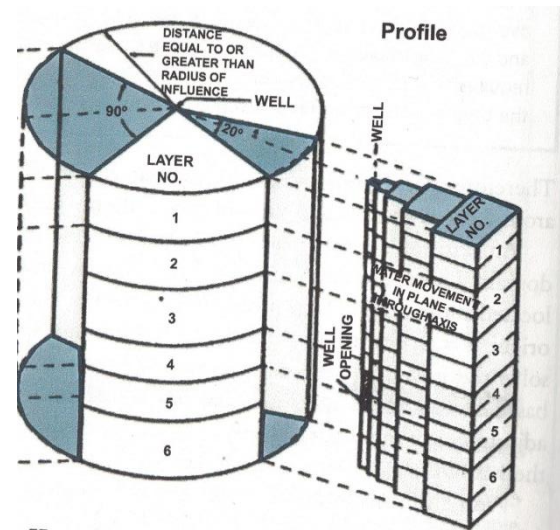
$$K_h = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2 + \dots + K_n d_n}{d_1 + d_2 + \dots + d_n}$$



$$K_v = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_2}{K_2} + \dots + \frac{d_n}{K_n}}$$

## 2D Profilmodelle

- Profilmodelle repräsentieren einen Schnitt durch das 3D Aquifersystem (x-z Modelle)
- Profilmodelle nehmen an, dass es keine Fließkomponenten senkrecht zum Profil gibt
- Profilmodelle können vertikale Gradienten und Fließfade darstellen
- Achsensymmetrische Profilmodelle können für Radialströmung (z.B. Pumpversuch) genutzt werden
- Nutzung von Profilmodellen vor allem für lokale Strömungsprobleme und nicht für Regionalmodelle



Achsensymmetrisches Modell für Simulation eines Pumpversuchs

# Randbedingungen

- Die Numerische Lösung partieller Differentialgleichung über einen Raum  $\Omega$  benötigt Informationen über die Statusvariablen (abhängigen Variablen) für bestimmte Teilgebiete: **Rand und Initialbedingungen**
- Randbedingung: Geometrie der Randbedingung + Art der Randbedingung + Werte der abhängigen Variable oder ihrer Ableitungen**

Name	Mathematischer Name	Mathematischer Ausdruck
Constant Head	Dirichlet	$h(x) = f(x), x \in \partial\Omega_D$
Specific Flux	Neumann	$\frac{\partial h(x)}{\partial n} = \frac{\partial h(x)}{\partial n} \Big _0 = g(x), x \in \partial\Omega_N$
Head-dependent Flux	Robin/Cauchy	$\alpha h(x) + \beta \frac{\partial h(x)}{\partial n} = C(x), x \in \partial\Omega_R$

# Randbedingungen: Geometry

- Für jedes Teilsegment des Randes **muss** eine Randbedingung definiert sein

$$\partial\Omega = \partial\Omega_D + \partial\Omega_N + \partial\Omega_R$$

- Ränder für die keine Teilrandbedingung explizit definiert wurden ist eine „No-Flow“ Randbedingung

$$\frac{\partial h(x)}{\partial n} = 0$$

- Mehrere Randbedingungen auf einer Geometrie sind grundsätzlich möglich
- Randgeometrien  $\partial\Omega_n$  sind eine Dimension niedriger als das Modellgebiet
- Dirichletrandbedingungen (u.U. auch Neumann/Robin) können zusätzlich auch für „innere Ränder“ definiert werden

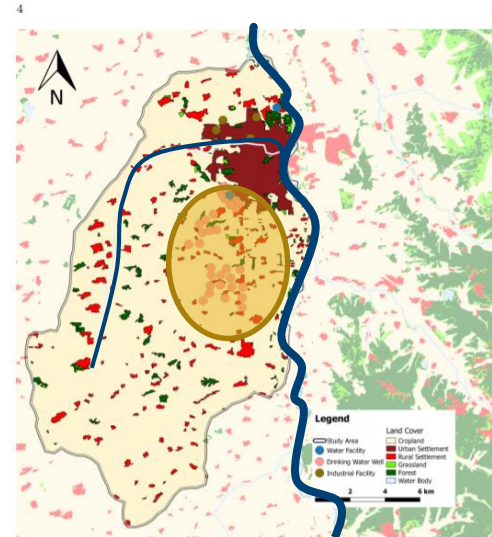


Fig. 1.2: Land use at the study site



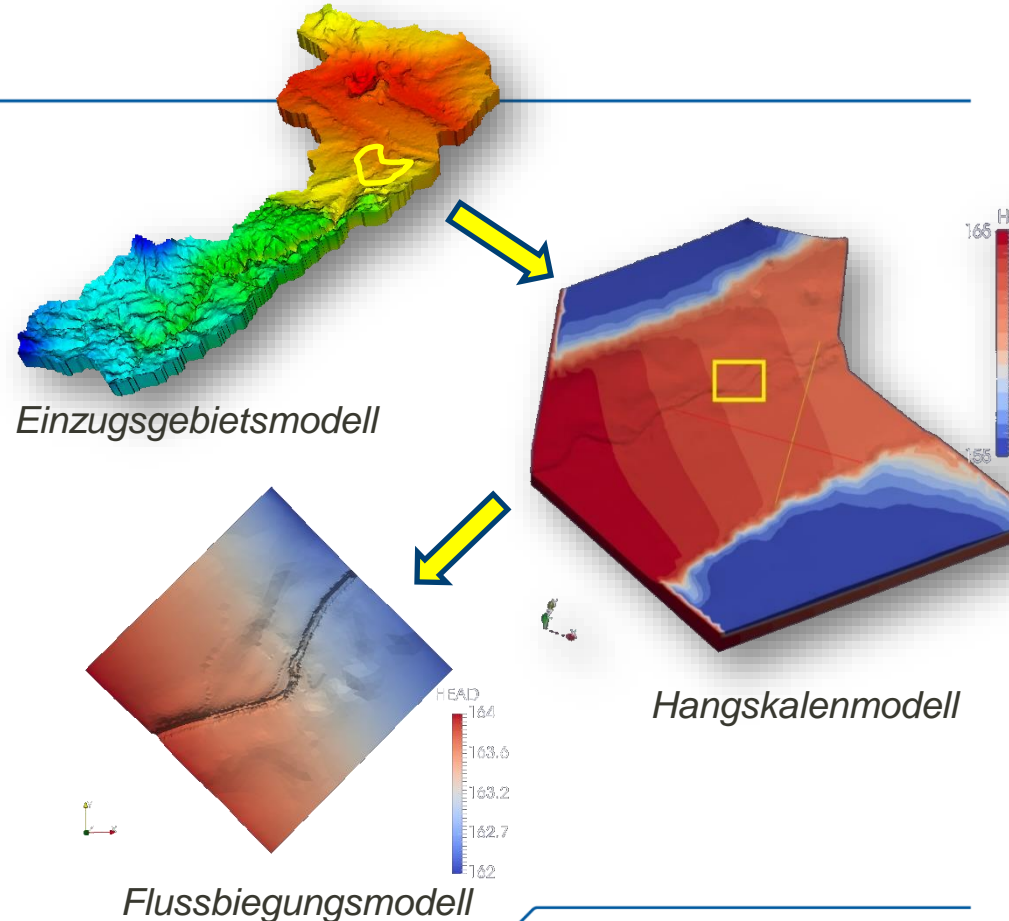
# Randbedingungen: Zuordnung zu Physischen Elementen

---

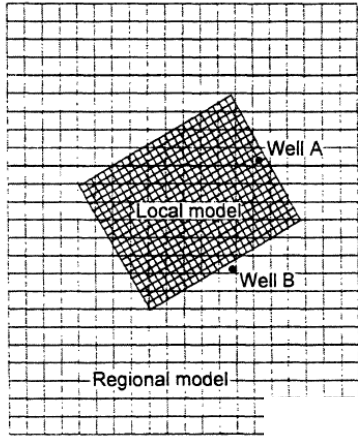
- Physische Randbedingung
- Leicht identifizierbare physische Elemente im Grundwassersystem:
  - **Undurchlässiges Gestein:** Der Boden oder das Gestein an den Modellrändern als undurchlässig betrachtet wird
  - **Oberflächengewässer:** Wenn das Grundwassermodell mit dem Oberflächengewässer gekoppelt ist, können physische Randbedingungen den Ein- und Austritt von Oberflächenwasser in das Modellgebiet beschreiben
  - **Süßwasser-Salzwasser-Grenze:** Bei geringer Dispersion wirkt die Grenzschicht als hydraulische Barriere
- Hydraulische Randbedingung
- Informationen aus Strömungsnetzen (Gleichenplänen) oder Messstellen:
  - **Grundwasserscheide:** Die Geometrie von Stromlinien kann als „Nullstrom“ Randbedingung genutzt werden
  - **Vorgegebenes hydraulisches Potential:** Ein bestimmter Wasserspiegel an den Modellrändern, zum Beispiel auf Basis des Gleichenplans
  - Insbesondere die Geometrie hydraulischer Randbedingungen ist häufiger zeitveränderlich
  - Alternative: **Lokale Randbedingungen aus Regionalmodellen**

# Randbedingungen: Übernahme aus Regionalmodellen

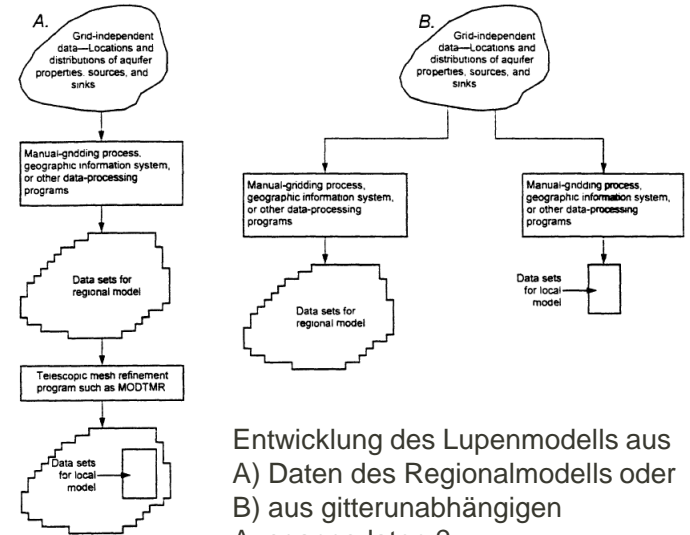
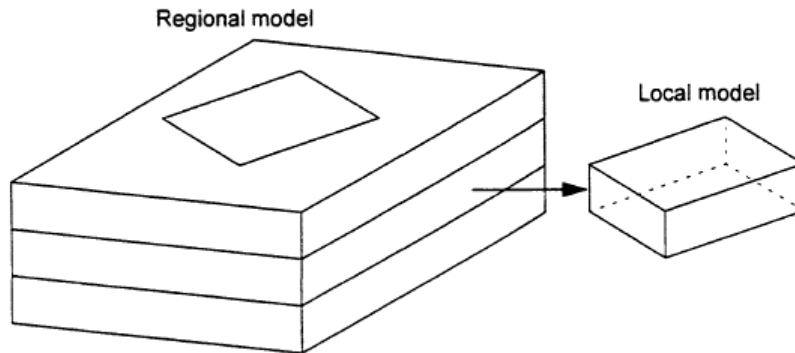
- Geeignete physische Elemente für Randbedingungen befinden sich nicht immer am Modellrand
- Vergrößern des Modellgebietes: Längere Rechenzeiten
- Alternative: Übernahme von Volumenströmen und Hydraulischem Potential aus Regionalmodellen mit oder ohne Rückkopplung
- Ansatz ermöglicht auch Nutzung verschiedener räumlich-zeitlicher Dimensionalität für die jeweiligen Modelle



# Hinweise zur Konstruktion von Detailmodell



- Darf das Koordinatensystem der Lupenmodelle vom GWM abweichen?



Entwicklung des Lupenmodells aus  
 A) Daten des Regionalmodells oder  
 B) aus gitterunabhängigen  
 Ausgangsdaten ?  
 Die Bilanzterme (z.B. GWM) über  
 gleiche Flächen sollten für beide  
 Modelle konsistent sein

Darf das Detailmodell sich auf  
 bestimmte geologische Schichten  
 beschränken?

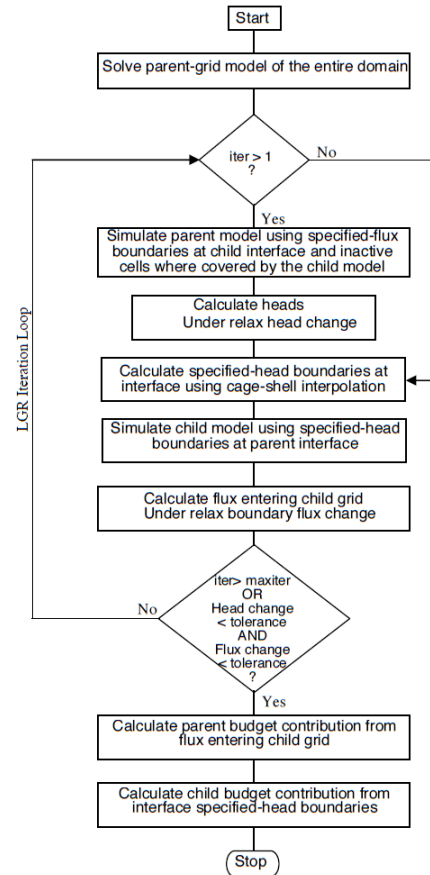
# Iterative Modellkopplung : Beispiel MODFLOW

- Einseitige Kopplung (telescopic mesh refinement; TMR) kann Inkonsistenzen bei den Wasserständen und Austauschflüssen an den Schnittstellen zwischen zwei Modellgittern aufweisen.
- Die iterative Kopplung der Bilanzterme (shared node local grid refinement, LGR) bietet eine strengere Kopplung, bei der die Lösungsgenauigkeit durch vom Benutzer definierte Konvergenzkriterien gesteuert wird.
- Bei realistischen Problemen kann dies zu wesentlich genaueren Lösungen führen aber auch einen Anstieg der Rechenzeit bedeuten.
- Die rigorose Kopplung ermöglicht Sensitivitätsanalysen, Parameterschätzungen und Unsicherheitsanalysen, die die Bedingungen in beiden Modellgittern widerspiegeln.

$$\text{head}^{\text{updated}} = \omega \cdot \text{head}^{\text{new}} + (1-\omega) \cdot \text{head}^{\text{old}}$$

$$\text{flux}^{\text{updated}} = \omega \cdot \text{flux}^{\text{new}} + (1-\omega) \cdot \text{flux}^{\text{old}}$$

Relaxation der übergebenen Parameter



# Beispiel : Vilhelmsen et al 2011

ground  
water

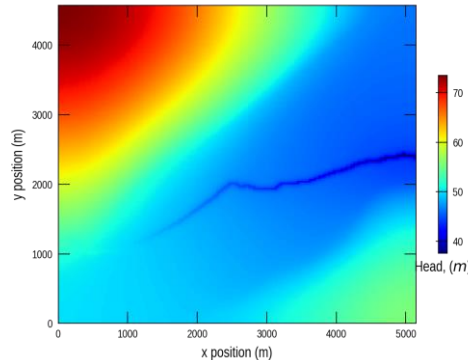
## Evaluation of MODFLOW-LGR in Connection with a Synthetic Regional-Scale Model

by Troels N. Vilhelmsen<sup>1</sup>, Steen Christensen<sup>2</sup>, and Steffen W. Mehl<sup>3,4</sup>

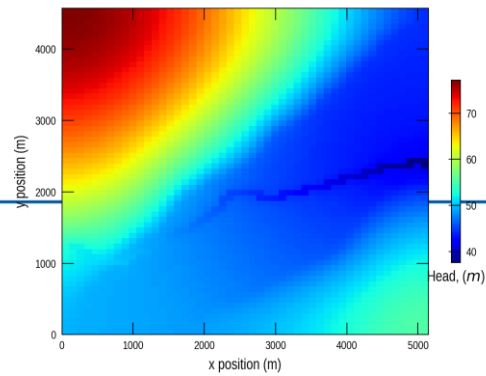
### Abstract

This work studies costs and benefits of utilizing local-grid refinement (LGR) as implemented in MODFLOW-LGR to simulate groundwater flow in a buried tunnel valley interacting with a regional aquifer. Two alternative LGR methods were used: the shared-node (SN) method and the ghost-node (GN) method. To conserve flows the SN method requires correction of sources and sinks in cells at the refined/coarse-grid interface. We found that the optimal correction method is case dependent and difficult to identify in practice. However, the results showed little difference and suggest that identifying the optimal method was of minor importance in our case. The GN method does not require corrections at the models' interface, and it uses a simpler head interpolation scheme than the SN method. The simpler scheme is faster but less accurate so that more iterations may be necessary. However, the GN method solved our flow problem more efficiently than the SN method. The MODFLOW-LGR results were compared with the results obtained using a globally coarse (GC) grid. The LGR simulations required one to two orders of magnitude longer run times than the GC model. However, the improvements of the numerical resolution around the buried valley substantially increased the accuracy of simulated heads and flows compared with the GC simulation. Accuracy further increased locally around the valley flanks when improving the geological resolution using the refined grid. Finally, comparing MODFLOW-LGR simulation with a globally refined (GR) grid showed that the refinement proportion of the model should not exceed 10% to 15% in order to secure method efficiency.

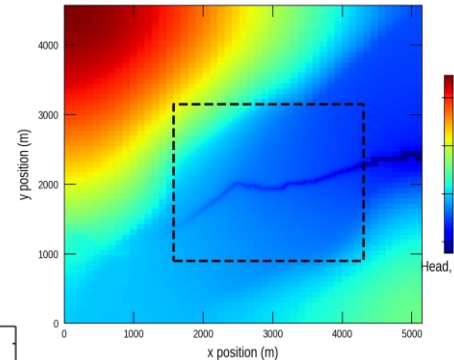
<https://ngwa.onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/j.1745-6584.2011.00826.x>



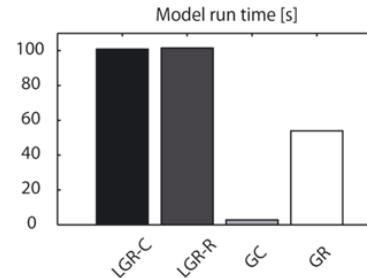
Global verfeinertes Modell



Ausgangsmodell



Lokal verfeinertes Modell



Wann global verfeinern und wann Lupen nutzen?

# Zusammenfassung: Lupennutzung MODFLOW (Empfehlung von Vilhelmsen et al, 2011)

---

## ▪ Lupennutzung ist **sinnvoll** wenn:

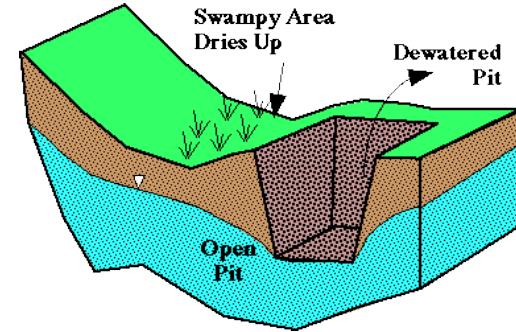
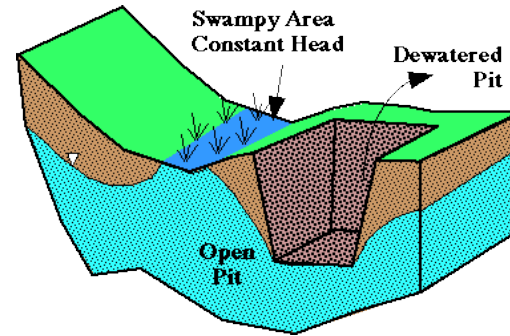
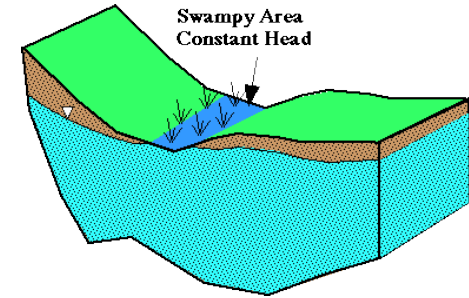
1. Nur ein Teilbereich, der weniger als 10% bis 15% des gesamten Modellbereichs ausmacht, ist von wesentlichem Interesse für die Verfeinerung.
2. Eine erhöhte vertikale und horizontale Auflösung ist in einem oder mehreren Unterbereichen erforderlich, um eine hochauflösende Darstellung lokaler geologischer Merkmale zu erreichen.
3. Mehrere Modelle im lokalen Maßstab werden benötigt, aber nicht unbedingt gleichzeitig ausgeführt. Jedes dieser Modelle sollte einzeln einen ziemlich kleinen Teil des gesamten Modellbereichs umfassen.
4. Lokale Modelle werden von verschiedenen Kooperationspartnern eingerichtet und verwendet, die einen gemeinsamen regionalen Modellbezug benötigen.

## ▪ Globale Verfeinerung ist **sinnvoll**, wenn:

1. Das Gebiet von hauptsächlichem Interesse umfasst mehr als 10% bis 15% des gesamten Modellbereichs.
2. Es gibt erhebliche Unterschiede in der hydraulischen Leitfähigkeit hydrogeologischer Einheiten, die dazu führen können, dass iterative Kopplung divergiert oder zu langsam konvergiert.

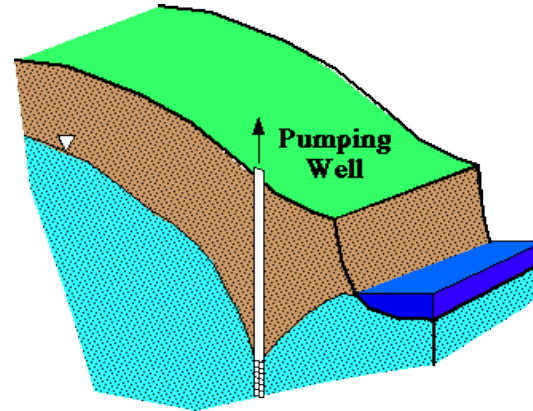
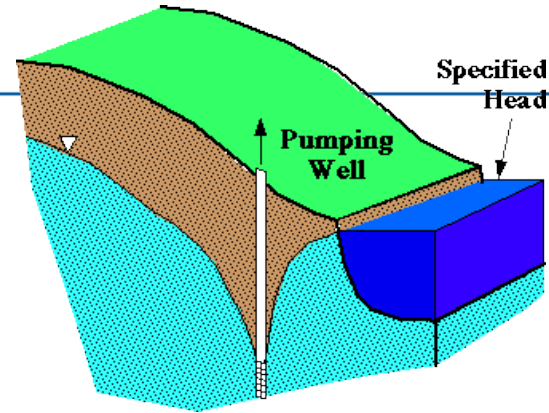
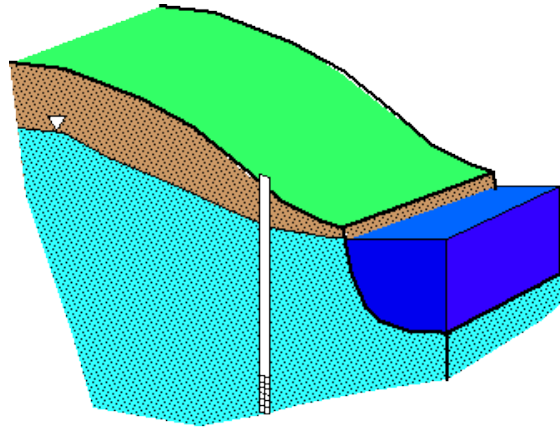
# Randbedingungen: Dirichlet

- Dirichlet:  $h(x) = f(x), x \in \partial\Omega_D$
- Die Randbedingung kann auch zeitlich dynamisch sein:  $h(x, t) = f(x, t), x \in \partial\Omega_D$
- Physische Elemente die über Dirichlet Randbedingungen beschrieben werden könnten
  1. See (Wasserstandshaltung?)
  2. Meer (Gezeiten?)
  3. Wasserstandsgesteuerte Entnahmebrunnen
  4. Wasserreiche Flüsse
- Zeitliche Gültigkeit der Randbedingung?



<https://tinyurl.com/aca263dd>

# Randbedingungen Dirichlet



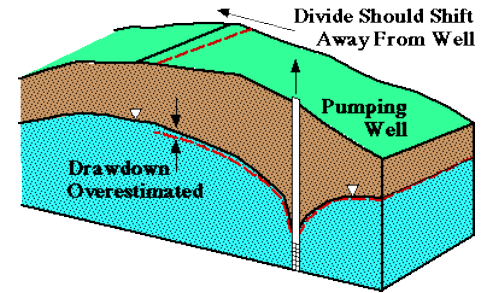
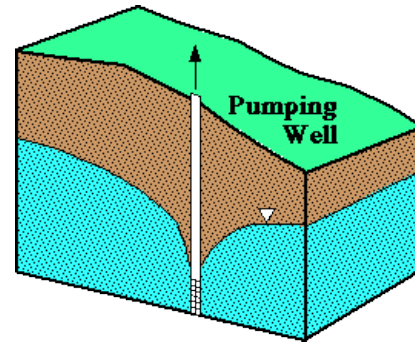
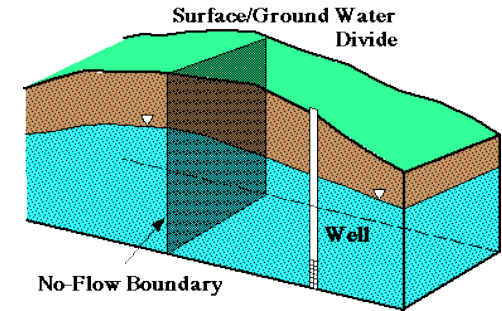


# Randbedingung: Neumann

- Neumann:  $\frac{\partial h(x)}{\partial n} = \frac{\partial h(x)}{\partial n} \Big|_0 = g(x), x \in \partial\Omega_N$
- Die Randbedingung kann zeitlich dynamisch sein:
  - $\frac{\partial h(x,t)}{\partial n} = \frac{\partial h(x,t)}{\partial n} \Big|_0 = g(x,t), x \in \partial\Omega_n$
- Physische Elemente die über NEUMANN Randbedingungen beschrieben werden könnten:

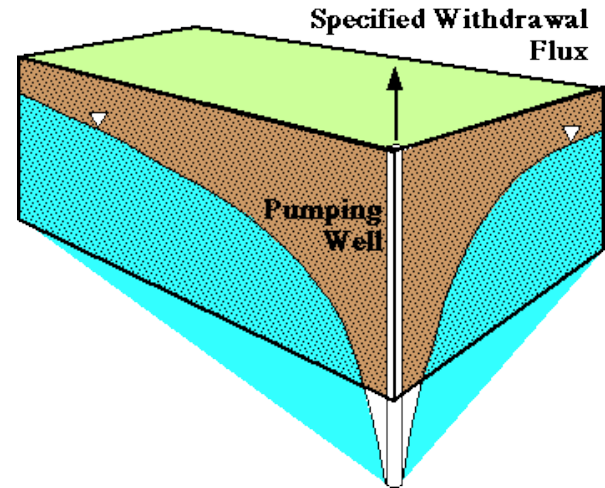
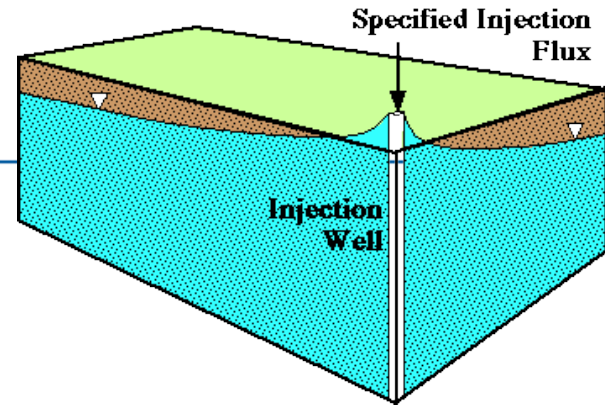
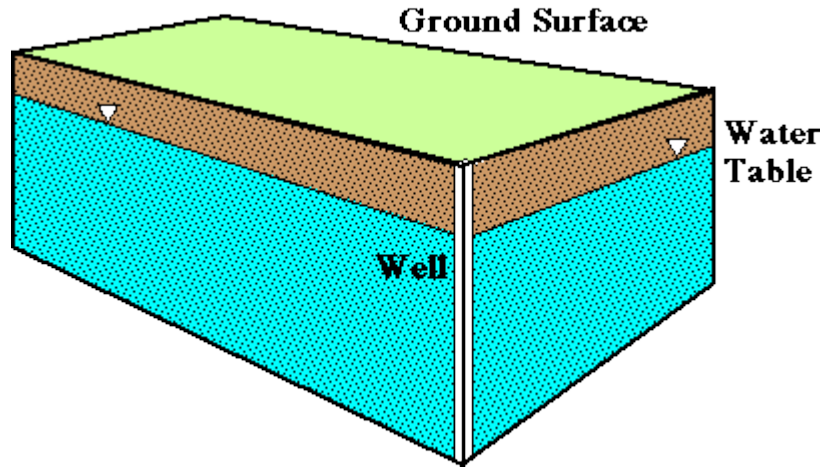
1. Quellen?
2. Grundwasserentnahmen
3. Grundwasserscheiden
4. Grundwasserneubildung
5. Geringleiter (Leakage Faktor)
6. Flüsse?

- Zeitliche Gültigkeit?



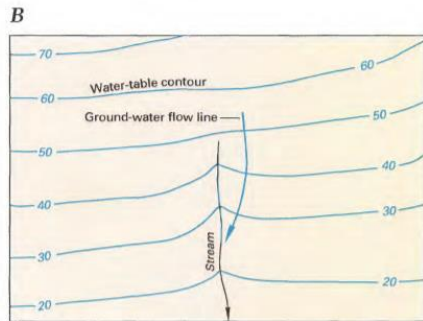
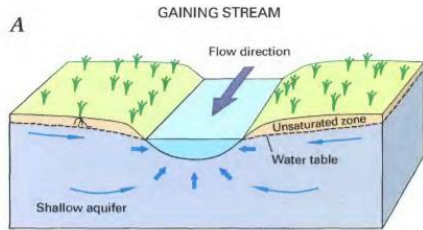
<https://tinyurl.com/68a5fer4>

# Randbedingung Neumann

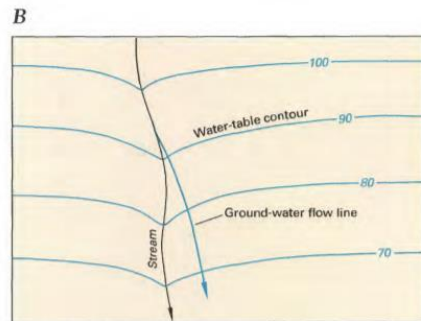


<https://tinyurl.com/u4mm2dxs>

# Randbedingungen: Grund- Flusswasserinteraktion



**Figure 8.** Gaining streams receive water from the ground-water system (A). This can be determined from water-table contour maps because the contour lines point in the upstream direction where they cross the stream (B).

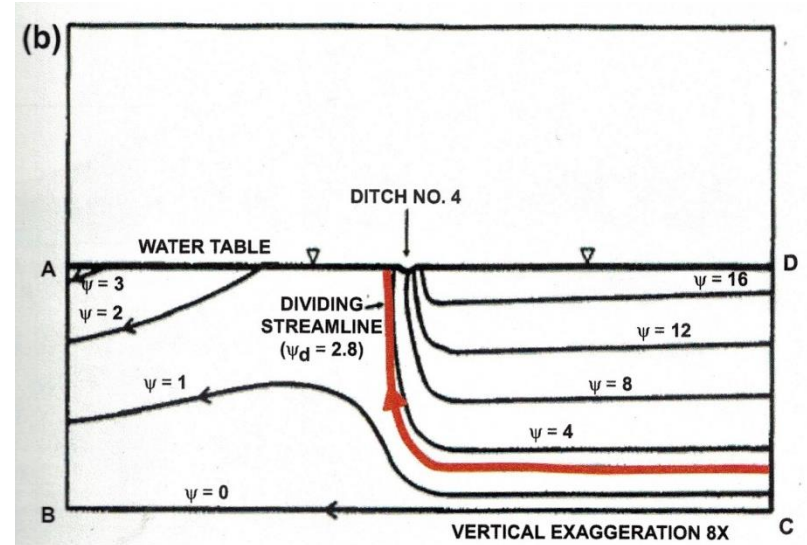
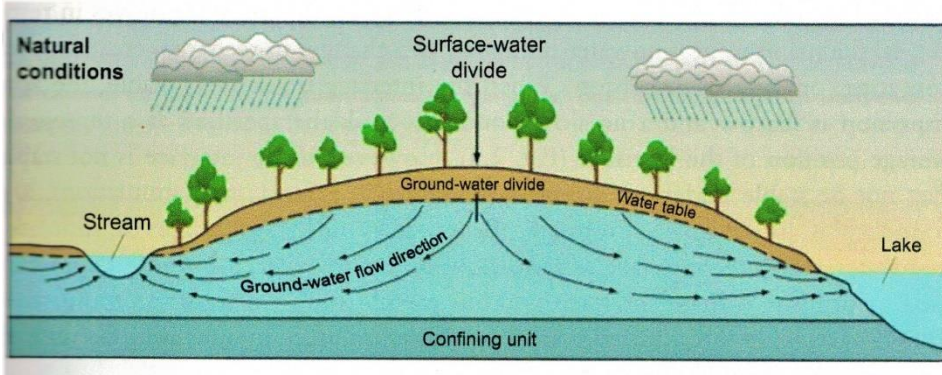


**Figure 9.** Losing streams lose water to the ground-water system (A). This can be determined from water-table contour maps because the contour lines point in the downstream direction where they cross the stream (B).

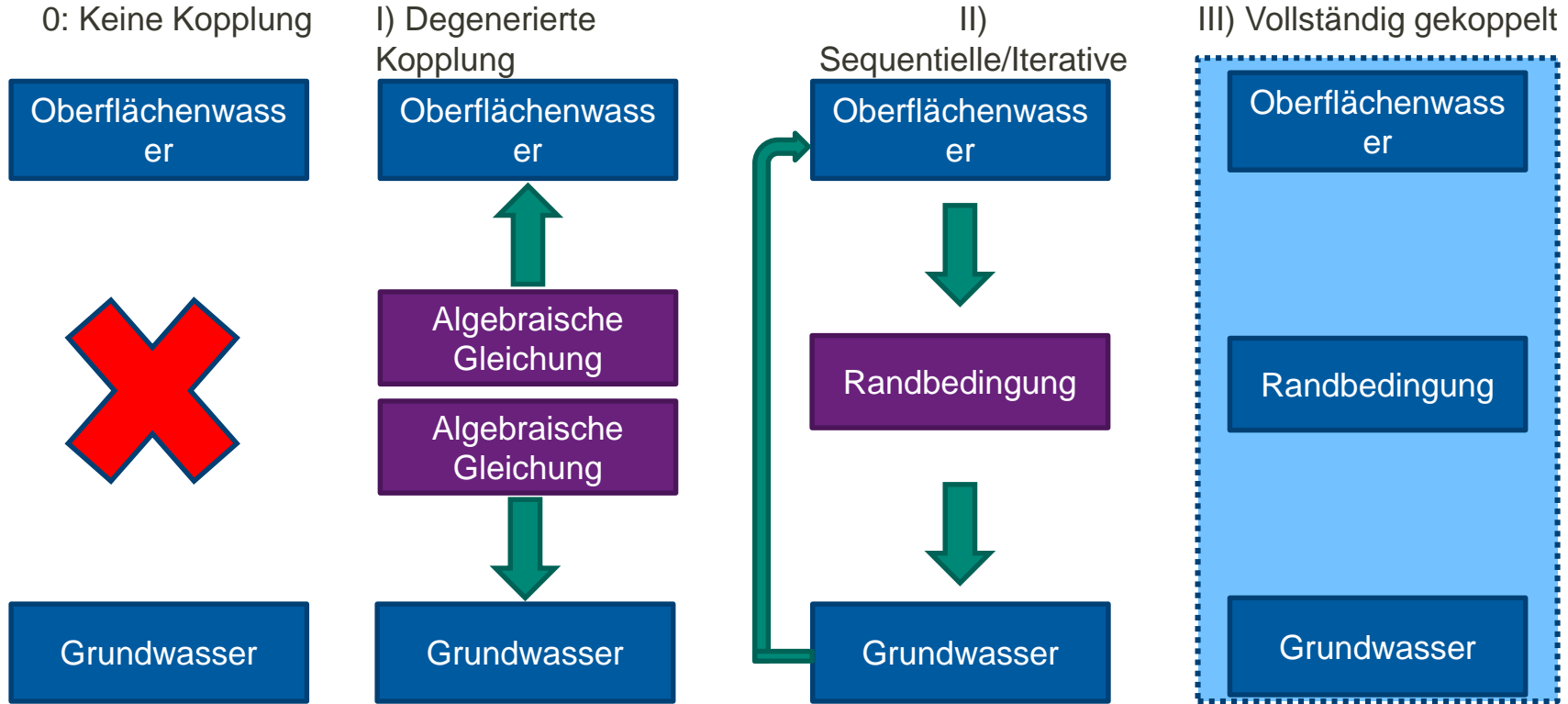
<i>Hydrogeomorphic Types</i>			
<b>Geomorphologic typing</b>	Type 1: upper catchment	Type 2: middle course	Type 3: lower catchment
<b>Interaction scenarios</b>	Interflow dominant in upper catchment	Intermittent in middle course	Groundwater discharge zone
<b>Hydraulic connection</b>			
<b>Baseflow separation concept</b>			

Abhängigkeit des Austauschs von der Hydrogeomorphologie [4]

# Randbedingungen: Grund- Flusswasserinteraktion



# GW-OW: Modellkopplungsmöglichkeiten (nach Furman 2008)



# GW-OW Keine Kopplung

- Oberflächenwasser- und Grundwassermodell besitzen keine Möglichkeit Interaktionen mit dem jeweils andere Kompartiment abzubilden
- Beispiele aus der „Natur“ für diesen Ansatz:



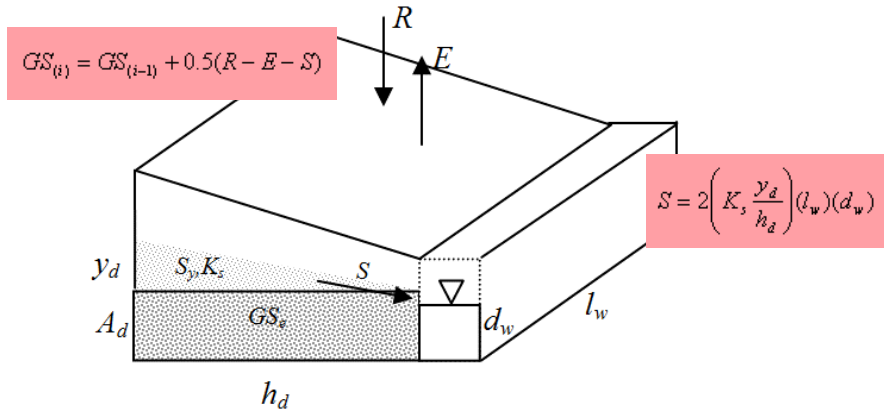
Mittellandkanaluntertunnelung Elbeu [1]



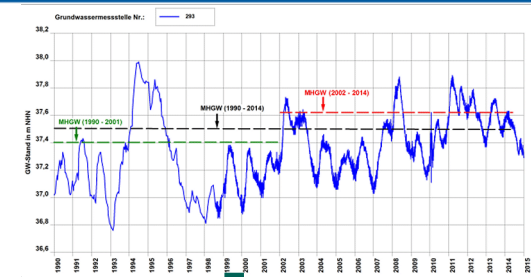
„Bachlauf“ in Los Angeles [2]

# I) degenerierte Kopplung

- Simulation des jeweils anderen hydrologischen Kompartiments über vereinfachte analytische Gleichungen, Transferfunktionen etc.
- Keine Informationen über **Prozessvariablen des jeweiligen anderen Kompartimentenmodells** notwendig



Grundwasserkeil in WEAP[1]



Transferfunktion  
 $q_{lat}=f(h(t))$

```

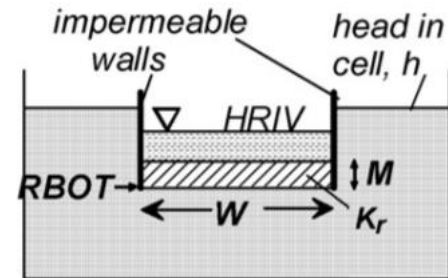
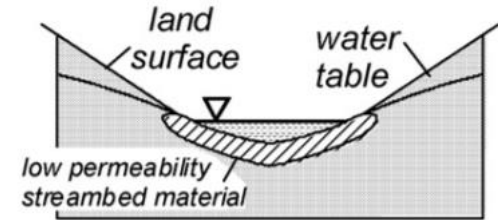
SOURCE {
  EXTERNAL_SOURCE {
    name      = Hauptgraben
    cross_section = CS267
    type      = qlateral
    side      = right
    file      = Hauptgraben.dat
  }
}
    
```

Lateraler Grundwasserstrom als Zeitreihe

# Grund- Flusswasserinteraktion; Sequentielle/Iterative Kopplung

- „Leakage Condition“:
- $K \frac{\partial h(x,t)}{\partial n} = q_n(x) = c(h_0(x) - h(x))$
- $h_0$  könnte das Hydraulische Potential in einem Fluss oder einem See sein
- $c$  ist ein Proportionalitätsfaktor („hydraulic conductance“), wovon hängt er ab?
- $C_{RIV} = cW = K_G LW / M$ 
  - $K_G$ =hydraulische Leitfähigkeit der Kolmationsschicht zwischen Wasserkörper und Aquifer
  - $L$ = Länge des Gewässerabschnitts
  - $W$ = Breite des Flusses
  - $M$ = Dicke der Kolmationsschicht

## MODFLOW Implementation

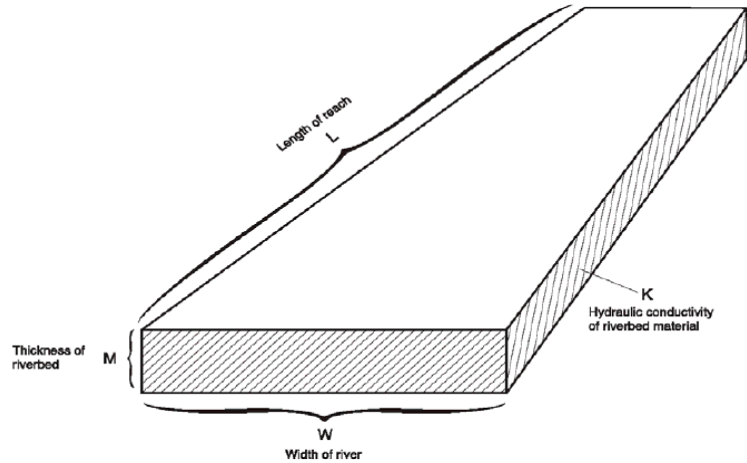


Rushton 2007

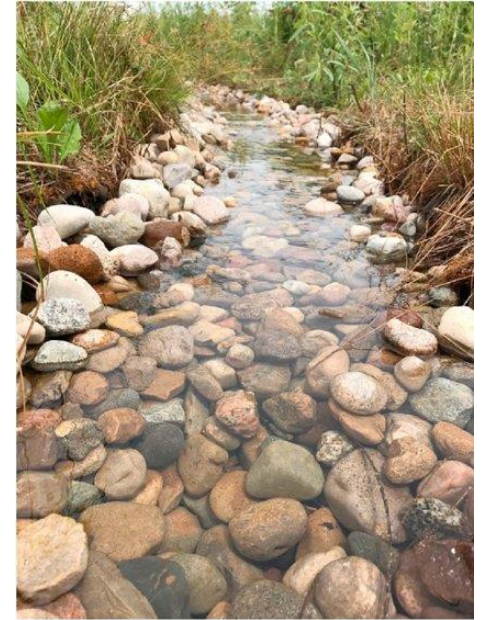


# Randbedingungen: Grund- Flusswasserinteraktion

- Bitte beachten:  $C = C(x, t)$



Harbaugh AW (2005) MODFLOW-2005, the U.S. Geological Survey modular ground-water model – the Ground-Water Flow Process. U.S. Geological Survey Techniques and Methods, 6-A16.



•DOI: [10.1029/2018JG004684](https://doi.org/10.1029/2018JG004684)

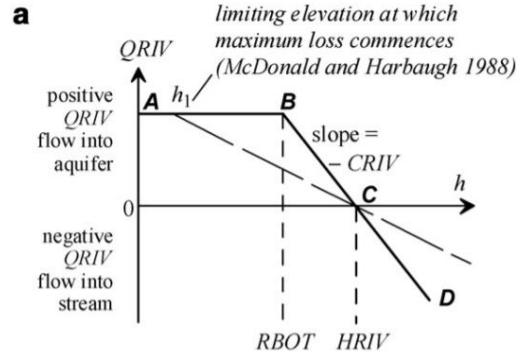
<https://tinyurl.com/4r5andta>

84

[www.ufz.de](http://www.ufz.de)

# Grundwasser-Oberflächenwasser Interaktion

- $Q_{RIV}(x) = C_{RIV}(h_{RIV}(x) - h(x))$



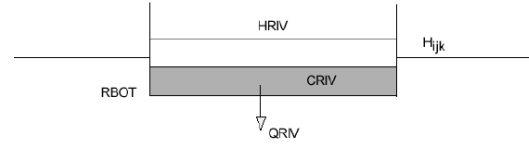
$$CRIV = KrLW/M$$

$$Q_{RIV} = CRIV (HRIV - RBOT), h \leq RBOT$$

$$Q_{RIV} = CRIV (HRIV - h), h > RBOT$$

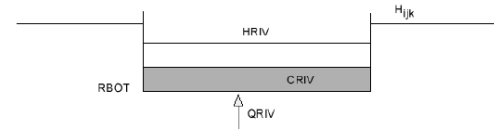
Rushton 2007

Hydraulisches Potential unter Flusswasserstand



$$Q_{RIV} = CRIV * (HRIV - H_{ijk})$$

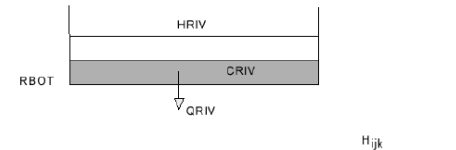
Hydraulisches Potential über Flusswasserstand



$$Q_{RIV} = CRIV * (HRIV - H_{ijk})$$

(-Q signifies flow out of cell)

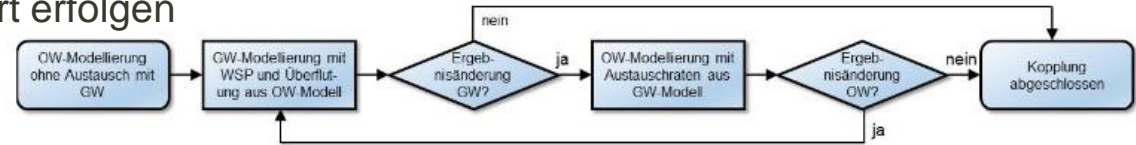
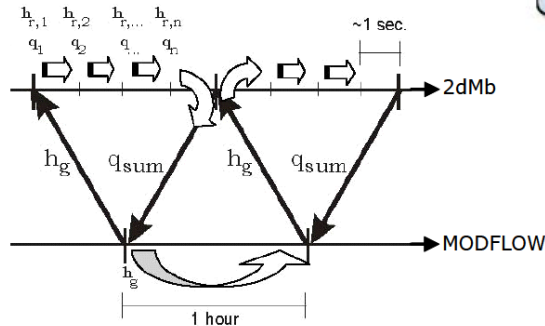
Hydraulisches Potential unter Flussbett (entkoppelt)  
 → konstanter Grundwassermengenstrom über den Rand



Beachte:  $q$  [m/s];  $Q$  [m<sup>3</sup>/s]

## II) Sequentielle/Iterative Kopplung

- Bei einer iterativen Kopplung werden je nach Zeitschritt/Iterationsschema die Prozessvariablen Neuberechnet
- Kopplungsstrategien sind der Situation anzupassen und können entweder speicher- (z.B. über OpenMI) oder dateibasiert erfolgen



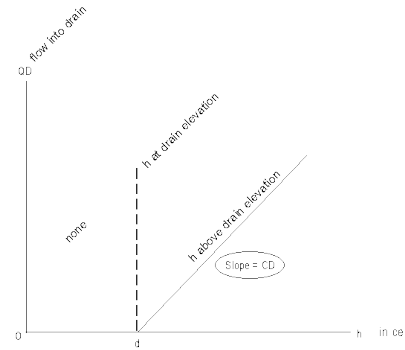
### Iterative Stationäre Kopplung [2]

- Step 1: (a) Set  $k = 0$ , and fix  $H^{(k)}$  on  $\Gamma$ ,  
 : (b) Solve for  $\Phi^{(k+1)} = \Phi(X, H^{(k)})$  on  $\Omega$ ,  
 : (c) Compute  $D^{(k+1)} = D(S; \Phi^{(k+1)}, H^{(k)})$  on  $\Gamma$ ,
- Step 2: (a) Fix  $D^{(k+1)} = D(S; \Phi^{(k+1)}, H^{(k)})$  on  $\Gamma$ ,  
 : (b) Compute  $H^{(k+1)} = H^{(k+1)}(S; D^{(k+1)})$  on  $\Gamma$ ,
- Step 3: (a) If  $(\|H^{(k+1)} - H^{(k)}\| / \|H^{(k+1)}\|) < tol \rightarrow \text{end}$ ,  
 : (b) Otherwise set  $k = k + 1$ , and return to (1b)

Kopplung mit unterschiedlichen Zeitschrittweiten [1]

# Grundwasser-Oberflächenwasser Interaktion: Drainagen, Quellen

- Es kann sinnvoll sein, nur Strömung aus dem GW System heraus zu erlauben
- $q(x) = 0$  wenn  $h(x) < d$  oder
- $q(x) = c(h(x) - d)$  wenn  $h(x) > d$
- „d“ ist das hydraulische Potential (=Höhe über Datum) des Entwässerungsgrabens
- Auch geeignet für periodische Flüsse und Quellen (dann aber als  $Q(x)$  und als Quellterm) sowie Sickerflächen



<https://tinyurl.com/2v8ej377>



<https://tinyurl.com/m494jees>



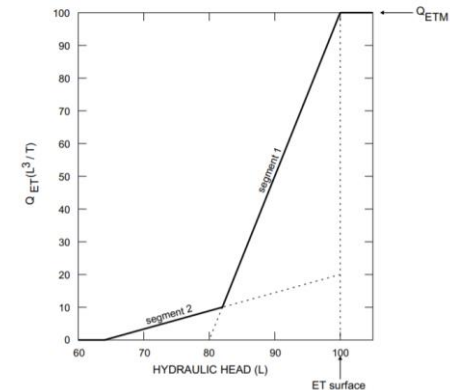
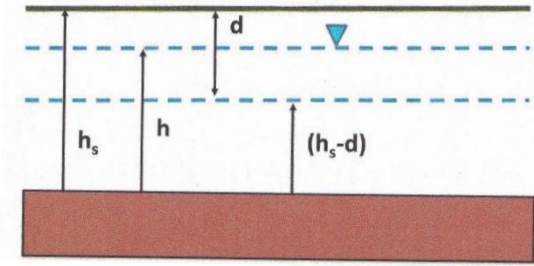
<https://tinyurl.com/7y4u74jr>



<https://tinyurl.com/dcwjwsdb>

# Randbedingung: Evapotranspiration aus dem Grundwasser

- Max. Bodenverdunstungstiefe bewuchsfrei (d) ~ 50cm (Maddrell, S., Neal, I., 2012)
- Anders bei Bepflanzung, max Tiefe~Wurzeltiefe +x cm
- $Q_{ET} = 0$  für  $h(x,t) < h_s - d_{EVT}$   
→ Verdunstung im teilgesättigten Bereich und wird von Neubildungsrate abgezogen
- $Q_{ET} = \frac{R_{ETM}}{d} (h(x,t) - (h_s - d))$  ← linearer Ansatz
- $R_{ETM}$  ist die Verdunstung an der Oberfläche
- $Q_{ET}$  wird auf die Knoten/Elemente der Grundwasserspiegellage gesetzt

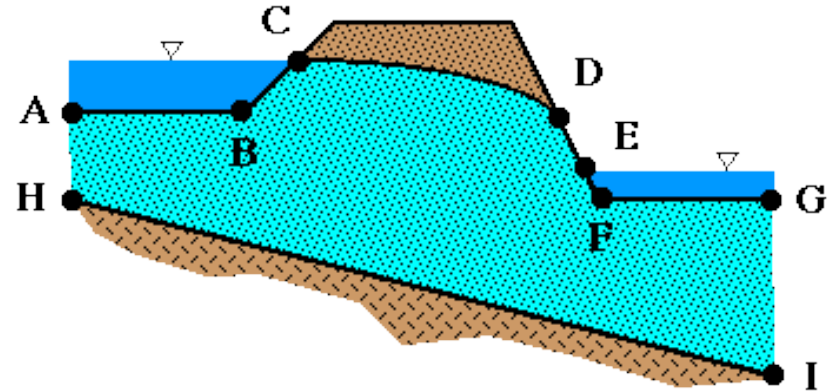


$$Q_{ET} = Q_{ET}(x, t)$$

<https://tinyurl.com/mt4ck585>

# Randbedingungen

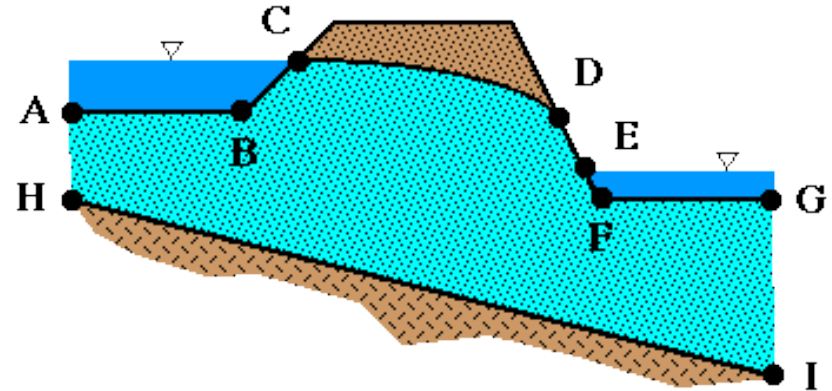
- Welche Randbedingungen für welche Randsegmente?
- AH
- ABC:
- CD:
- DE:
- EFG:
- GI:
- IH:



<https://tinyurl.com/u4mm2dxs>

# Randbedingungen

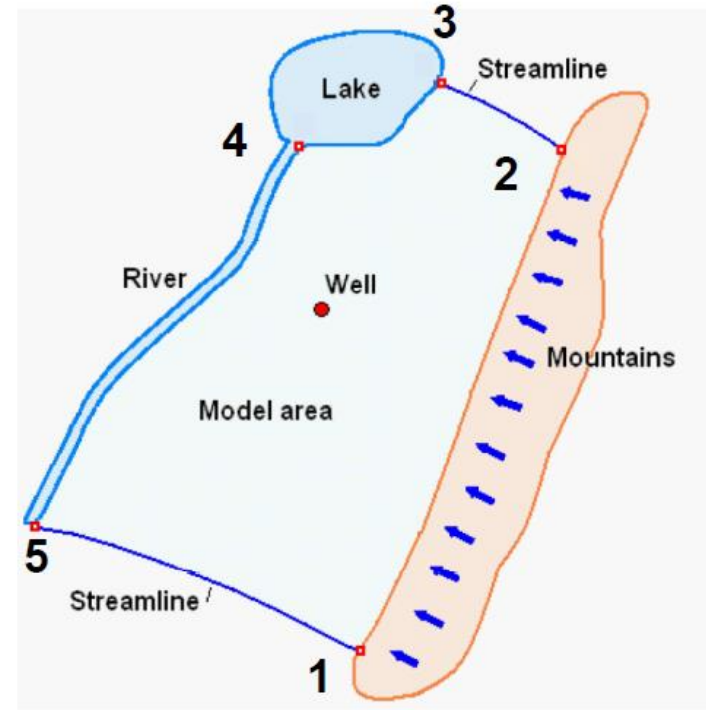
- Welche Randbedingungen für welche Randsegmente?
- AH Dirichlet
- ABC: Dirichlet/Robin
- CD: Neumann (GW Neubildung?)
- DE: Dirichlet (Wasserdruck=Luftdruck)
- EFG: Dirichlet/Robin
- GI: Dirichlet
- IH: Neumann (No-Flow)



<https://tinyurl.com/u4mm2dxs>

# Randbedingungen

- 1-2:
- 2-3:
- 5:1:
- 3:4:
- 4:5:

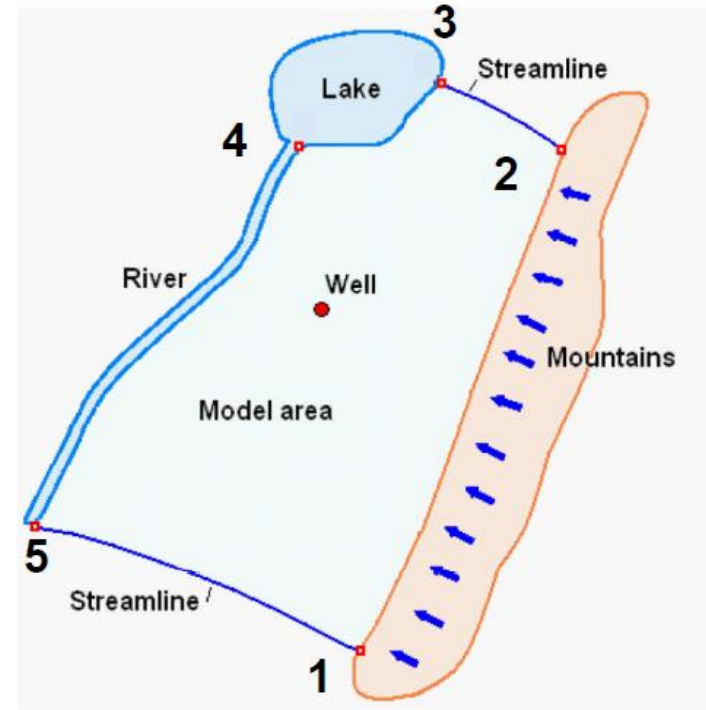


Engelhardt, TU Berlin



# Randbedingungen

- 1-2: Neumann
- 2-3: Neumann (Zero-Flux)
- 5:1: Neumann (Zero-Flux)
- 3:4 Dirichlet
- 4:5 Robin



Engelhardt, TU Berlin

# Modellsenken und Modellquellen

$$S \frac{\partial H}{\partial t} - \text{div}[K \text{grad } H] - Q_V = 0$$

- $Q_V$ =Senken/Quellenterm
- Im Gegensatz zu Randbedingungen befinden sich Quell und Senkterme innerhalb des Modellgebiets
- Physische Elemente für Senken/Quellen sind vor allem:
  - Klimatische Grundwasserneubildung
  - Extraktions/Infiltrationsbrunnen
  - Versickerungsanlagen (Teiche etc)

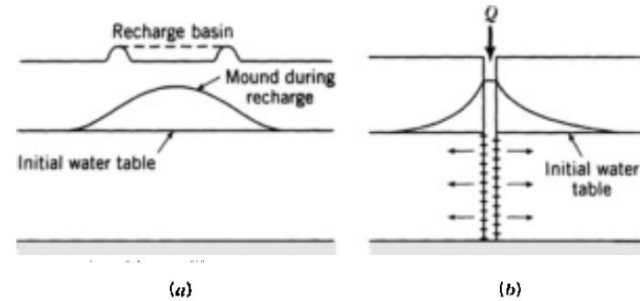


Figure 7.3 Schematic illustration of recharge through ba-

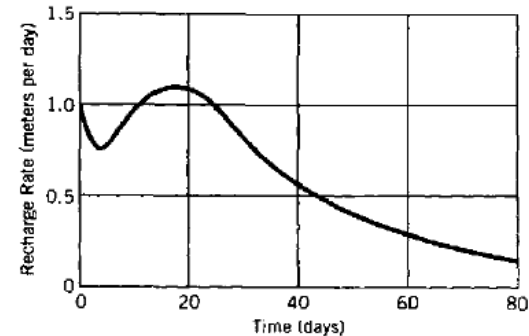
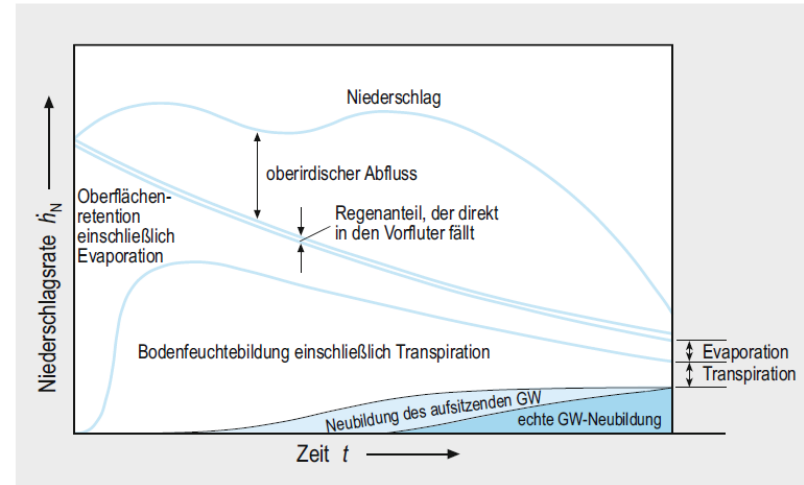
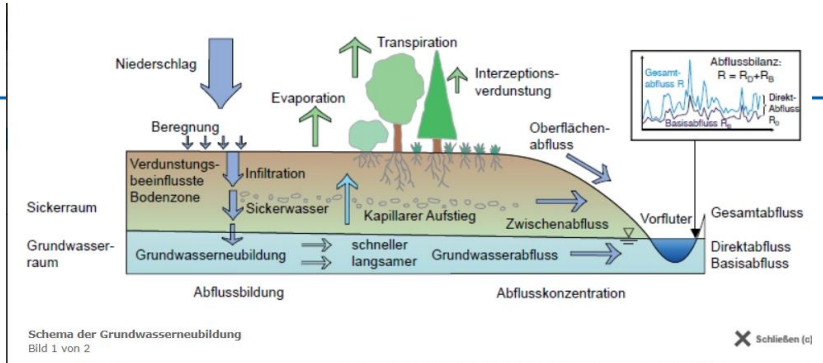


Figure 7.5 Time variation of recharge rate for water spreading on undisturbed soil (from Muckel, 1959).

# Quellterm Grundwasserneubildung

- **Infiltration** :Zugang von Wasser durch enge Hohlräume im Erdboden.
- **Perkolation**: Durchgang des Wassers durch den grundwasserfreien Sickerraum in den Grundwasserleiter
- **Grundwasserneubildung**: Gemäß DIN 4049-3 (1994) als "Zugang von infiltriertem Wasser zum Grundwasser" definiert und ist ein wichtiges Maß für die natürliche Regenerationsfähigkeit der Grundwasserressourcen
- **Grundwasserneubildung** ist eine dynamische heterogene Größe, die komplexe bodenhydraulische Prozesse widerspiegelt

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\theta) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right]$$





# Initialbedingungen

- Erinnern wir uns an **die Vorlesung von Professor Kolditz**
- Es ist notwendig dem Modell Informationen über den Initialzustand zu übergeben :  $h(x, t = t_0) = h_0(x)$
- Für **Stationäre** Probleme konvergiert die Lösung normalerweise nach einer Einschwingzeit unabhängig der gewählten Initialbedingungen.
- Für **Transiente** Probleme kann u.U. die stationäre Lösung als Initialbedingung genutzt werden
- Initialbedingungen können genutzt werden um ein Problem in zeitlich verschobene Teilprobleme zu zerlegen (z.B. Tracer Injektions und Verteilungsphase, Pumpregimeänderungen)

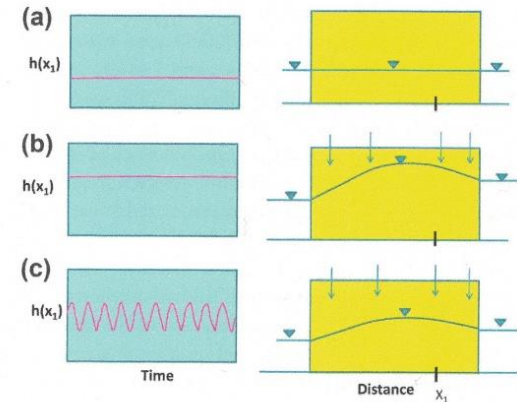
## FDM - explizites Schema

$$S_{i,j} \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} - K_{i,j}^x \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} - K_{i,j}^y \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} = Q_{i,j} \quad (8)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{K_{i,j}^x \Delta t}{S_{i,j} \Delta x^2} (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n) + \frac{K_{i,j}^y \Delta t}{S_{i,j} \Delta y^2} (u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n) + \frac{Q_{i,j} \Delta t}{S_{i,j}} \quad (9)$$



V09 Finite-Differenzen-Methode // 19.06.2020



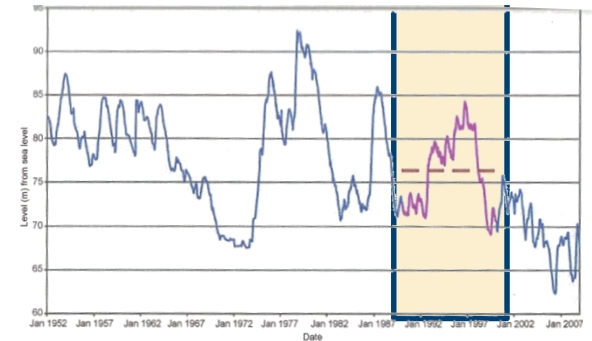
Statische und dynamische Initialbedingungen

# Zeitdimensionalität: Stationäre Modelle

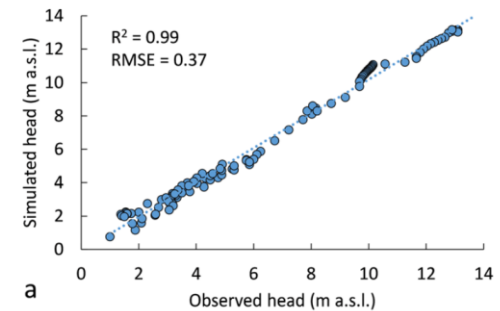
- Stationär :  $\frac{\partial H}{\partial t}=0$
- Ein stationäres Modell hat keinen Speicherterm S bzw.  $S_y$
- Alle Randbedingungen und Quellterme sind über das gesamte Modellgebiet wirksam

$$h = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$$

- Stationäre Modelle müssen mit stationären Felddaten kalibriert werden
  - Zeitliche Mittelwerte
  - Messperioden mit geringen Speicheränderungen



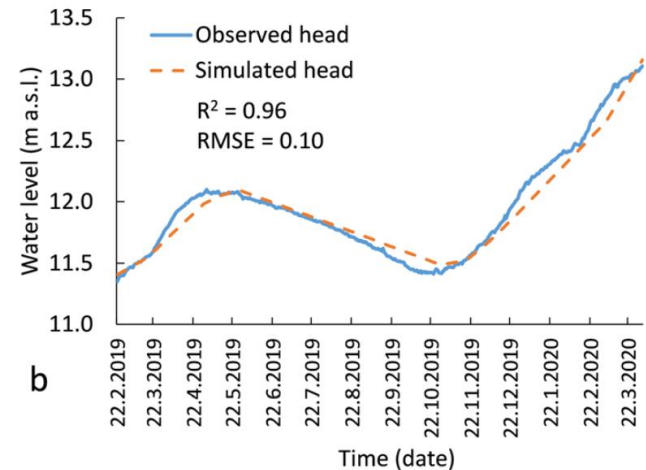
Auswahl Messperiode für Mittelwertbildung



Vergleich Messwerte Simulation

# Zeitdimensionalität: Transiente Modelle

- Transient :  $\frac{\partial H}{\partial t} \neq 0$
- Initialbedingungen müssen repräsentativ sein
- Der Speicherterm muss für jede Zelle parametrisiert werden
- Transiente Änderungen des Strömungsfeldes können die Randbedingungen beeinflussen
- Transiente Modelle benötigen längere Laufzeiten und haben eine größere Dateiausgabe
- Die Simulationszeit muss angemessen diskretisiert werden



Vergleich Messwerte Simulation

# Transiente Modelle: Zeitdiskretisierung

- Simulationszeit wird in Zeitschritte eingeteilt
- Die Zeitschrittweite  $\Delta t$  beeinflusst den Wasserbilanzfehler
- Trade-off zwischen kleiner Zeitschrittweite für numerische Stabilität und der Rechenzeit  
→ Adaptive Zeitschrittsteuerung
- Der initiale Zeitschritt für jede hydraulische Stressperiode kann z.B. für 2D homogene isotrope Modelle, abgeschätzt (Masily, 1986, p. 399) werden :

$$\Delta t_i = \frac{S\Delta x^2}{4KM}$$

- Darauf folgende Zeitschritte können mit Faktor 1.1-1.5 kumulativ vergrößert werden

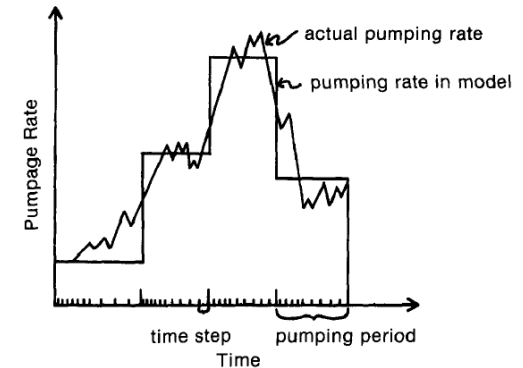
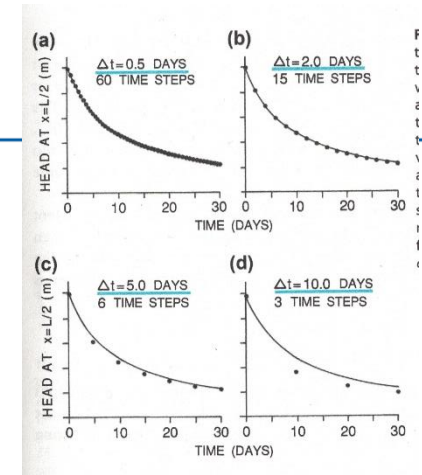


Fig. 9. Example of idealization of variable pumping rates, showing how time step is allowed to increase over each pumping period (after Prickett and Lonquist, 1971).



# Zeitdimensionalität: Anwendung

- Anwendungsbeispiele für Transiente oder Stationäre Modelle

Stationäre Modelle	Transiente Modelle
Analyse von mittleren Fließverhalten und Fließraten	Simulation von technischen Pumpversuchen
Berechnung der langjährigen mittleren Wasserabgabe eines Flusses an den Aquifer	Evaluierung der Ausbreitung eines Schadstoffes im Umfeld eines Wasserwerks
Simulation der Fließrichtungsänderung durch langfristiges Abpumpen von Grundwasser	Berechnung der Wasserspeicherung im Uferaquifer während eines Hochwassers
Prognose des Einflusses von langanhaltenden Dürren auf die Grundwasservorkommen	Quantifizierung der saisonalen Grundwasserentnahme durch Bewuchs

# Zeitdimensionalität: Anwendung

---

- Transiente Modelle sind komplexer als Stationäre Modelle
- Die Grundwassersystemzeitkonstante („groundwater system time constant“) ist ein Parameter zur Abschätzung ob ein transientes Modell benötigt wird:
- $T^* = \frac{L^2}{D} = \frac{SL^2}{KM}$  mit  $D = \frac{KM}{S}$
- D ist die Aquiferdiffusivität, je größer D desto schneller reagiert der Aquifer auf Änderungen in den transienten Randbedingungen/Quelltermen
- L ist die charakteristische Systemlänge, z.B der Abstand zwischen zwei großen Oberflächengewässern im Modell
- Transiente Effekte initiiert zum Zeitpunkt  $t=0$  sind nur relevant zu einer Zeit  $t < T^*$
- Bei  $t_{\text{end}} > T^*$  kann ein stationäres Modell angewendet werden um den Einfluss der sich verändernden Bedingungen auf das Grundwasserfließverhalten zu untersuchen