

Hydroinformatik - SoSe 2024

HyBHW-S1-01-12: Bayessche Netze

Olaf Kolditz

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

Dresden, 07.06.2024

<https://www.ufz.de/index.php?de=40416>

<https://bildungsportal.sachsen.de/opal/auth/RepositoryEntry/32518209537?10>

Übersicht

1. Test-Klausur
-
2. Bayessches Netzwerke (BN): Definition
 3. BN: Beispiel
 4. BN: Schließen
 5. BN: Lernmethoden
 6. BN: Anwendungen in der Hydrologie

Bayes'sches Netzwerke

Bayes'sches Netzwerk

Definition

” Ein Bayes'sches Netz oder Netzwerk (benannt nach Thomas Bayes) ist ein gerichteter azyklischer Graph (DAG), in dem die Knoten Zufallsvariablen und die Kanten bedingte Abhängigkeiten zwischen den Variablen beschreiben. Jedem Knoten des Netzes ist eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung der durch ihn repräsentierten Zufallsvariable gegeben, die Zufallsvariablen an den Elternknoten zuordnet. Sie werden durch Wahrscheinlichkeitstabellen beschrieben. Diese Verteilung kann beliebig sein, jedoch wird häufig mit diskreten oder Normalverteilungen gearbeitet. Eltern eines Knotens v sind diejenigen Knoten, von denen eine Kante zu v führt ”

Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Bayessches_Netz

Bayes'sches Netzwerk

Definition

”Ein Bayes'sches Netz dient dazu, die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung aller beteiligten Variablen unter Ausnutzung bekannter bedingter Unabhängigkeiten möglichst kompakt zu repräsentieren. Dabei wird die bedingte (Un)abhängigkeit von Untermengen der Variablen mit dem A-priori-Wissen kombiniert.

Sind X_1, \dots, X_n einige der im Graphen vorkommenden Zufallsvariablen (die abgeschlossen sind unter Hinzufügen von Elternvariablen), so berechnet sich deren gemeinsame Verteilung als

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{Eltern}X_i) \quad (1)$$

Hat ein Knoten keine Eltern, so handelt es sich bei der assoziierten Wahrscheinlichkeitsverteilung um eine unbedingte Verteilung.”

Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Bayessches_Netz

Bayes'sches Netzwerk

Definition

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{Eltern} X_i) \quad (2)$$

(Lotto spielen)

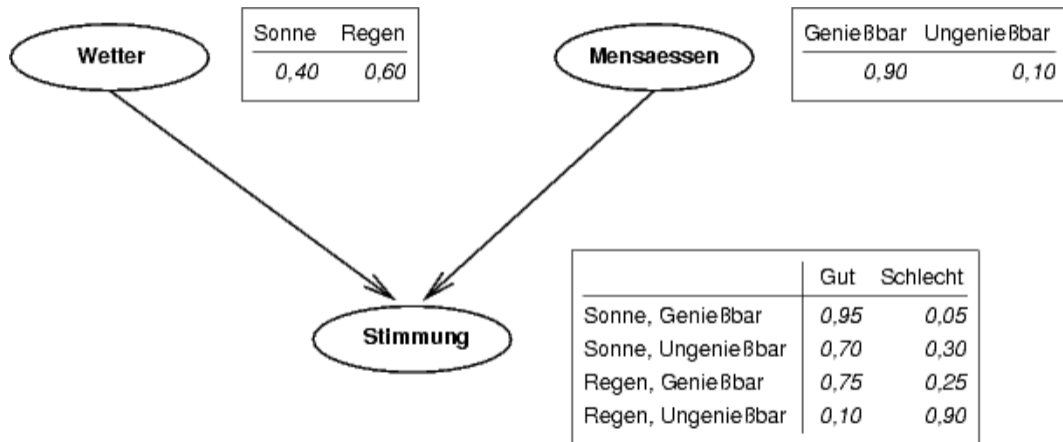
$$P(X_1, \dots, X_6) = (49/6) = \frac{49!}{6! \cdot 43!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816 \quad (3)$$

Conditional Dependence (Abhängigkeitsbedingungen)

$$P(X_1, X_2 | X_3) = P(X_1 | X_3) * P(X_2 | X_3) \quad (4)$$

Bayes'sches Netzwerk

Beispiel



Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Bayessches_Netz

Bayes'sches Netzwerk

Schließen in Bayes'schen Netzen

”Ist von manchen der Variablen, etwa E_1, \dots, E_m , der Wert bekannt, d. h. es liegt **Evidenz** vor, so kann mit Hilfe verschiedener Algorithmen auch die bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_1, \dots, X_n mit gegebenen E_1, \dots, E_m berechnet und damit **Inferenz** betrieben werden.”

Es gibt sowohl exakte wie auch das approximative Methoden für die Lösung des Inferenzproblems. In größeren Netzen bieten sich jedoch approximative Verfahren an. Exakte Verfahren sind zwar etwas genauer als approximative, dies spielt aber in der Praxis oft nur eine unwesentliche Rolle, da Bayes'sche Netze zur Entscheidungsfindung eingesetzt werden, wo die genauen Wahrscheinlichkeiten nicht benötigt werden.

Zu beachten ist, dass bei Softwareumsetzungen exakter Inferenzverfahren oft nur doppelt genaue Gleitkommazahlen eingesetzt werden. Dadurch ist die Genauigkeit dieser Berechnungen eingeschränkt.

Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Bayessches_Netz

Bayes'sches Netzwerk

Lernen Bayes'scher Netze

”Soll aus vorliegenden Daten automatisch ein Bayes'sches Netz generiert werden, das die Daten möglichst gut beschreibt, so stellen sich zwei mögliche Probleme: Entweder ist die Graphenstruktur des Netzes bereits gegeben und man muss sich nicht mehr um die Ermittlung bedingter Unabhängigkeiten, sondern nur noch um die Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen an den Knoten des Netzes kümmern, oder man muss neben den Parametern auch eine Struktur eines geeigneten Netzes lernen.”

Es gibt zwei grundlegende Lernmethoden:

- ▶ Parameterlernen
- ▶ Strukturlernen: kann u. a. mit dem K2-Algorithmus (approximativ, unter Verwendung einer geeigneten Zielfunktion) oder dem PC-Algorithmus erfolgen.

Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Bayessches_Netz

Bayes'sches Netzwerk

Lernen Bayes'scher Netze: Methoden

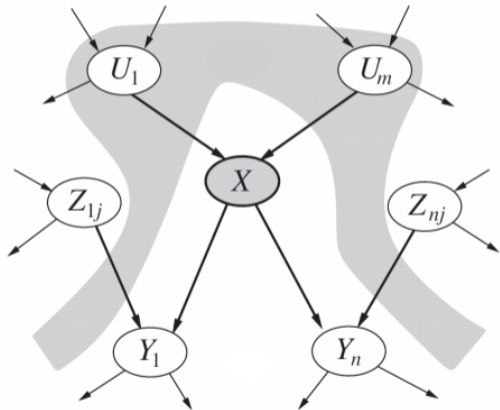
Parameterlernen:

- ▶ Maximum-Likelihood-Schätzung (MLE): Schätzmethode im Allgemeinen für nicht volle (Bayes'schen) Wahrscheinlichkeitsmodelle
- ▶ Maximum-A-Posteriori-Schätzung (MAP): Punktschätzung für den Fall eines vollständigen (Bayes'schen) Wahrscheinlichkeitsmodells
- ▶ Gradientenverfahren oder Newton-Raphson-Verfahren:
- ▶ Gängige Optimierungsalgorithmen: Lokale Maxima der Likelihood- bzw. A-Posteriorifunktionen im Fall von vollständigen Daten und vollständig beobachteten Variablen
- ▶ Expectation-Maximization-Algorithmus (EM), bzw. der Generalisierte Expectation-Maximization-Algorithmus (GEM): Für den (als die Regel anzusehenden) Fall fehlender Beobachtungen

Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Bayessches_Netz

Bayes'sches Netzwerk

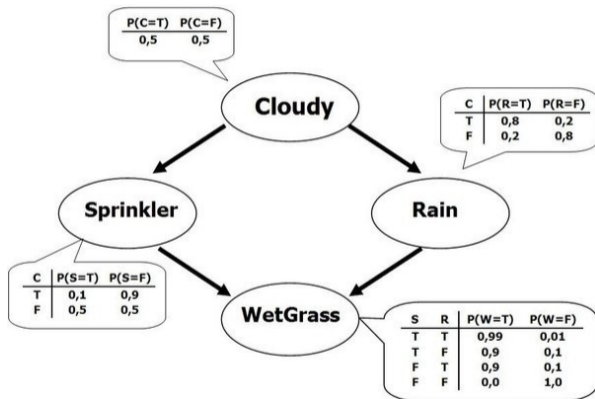
Methodik: Konzept



Source: <https://towardsdatascience.com/introduction-to-bayesian-networks-81031eed94e>

Bayes'sches Netzwerk

Methodik: Beispiel



Source: <https://towardsdatascience.com/introduction-to-bayesian-networks-81031eed94e>

Bayes'sche Netze

Anwendungen

Bayes'sches Netzwerk

Anwendung

Bayes'sche Netze werden als Form probabilistischer **Expertensysteme** eingesetzt, wobei die Anwendungsgebiete unter anderem in Bioinformatik, Musteranalyse, Medizin und Ingenieurwissenschaften liegen. In der Tradition der **Künstlichen Intelligenz** liegt der Fokus Bayes'scher Netze auf der Ausnutzung derer graphischen Strukturen zur Ermöglichung abduktiver und deduktiver Schlüsse, die in einem unfaktorierten Wahrscheinlichkeitsmodell undurchführbar wären. Realisiert wird dies durch die verschiedenen Inferenzalgorithmen.

Die Grundidee Bayes'scher Netze, nämlich die graphische Faktorisierung eines Wahrscheinlichkeitsmodells, wird auch in anderen Traditionen eingesetzt, wie in der Bayes'schen Statistik und in der Tradition der sogenannten Graphischen Modelle zu Zwecken der Datenmodellierung. Anwendungsgebiete sind hier vor allem Epidemiologie, Medizin und Sozialwissenschaften.

Source: https://de.wikipedia.org/wiki/Bayessches_Netz

Bayes'sches Netzwerk

Anwendungen

Typische Anwendungsgebiete:

- ▶ Verbindung von natur- und sozialwissenschaftlichen Aspekten (Wert von Naturschutz und Ökosystemdienstleistungen),
- ▶ Attraktivitätssteigerung von Masterstudiengängen (Beispiel der Masterstudiengänge Umweltwissenschaften und Physische Geographie an der Goethe Universität Frankfurt a. M.)
- ▶ Wissensintegration zur Unterstützung eines nachhaltigen Wassermanagements in Deutschland (Prof. Döll, U Frankfurt)
- ▶ ...

Source: Goethe Universität Frankfurt a. M., AG Hydrologie (Prof. Dr. Petra Döll)

Bayes'sches Netzwerk

Anwendungen in der Hydrologie

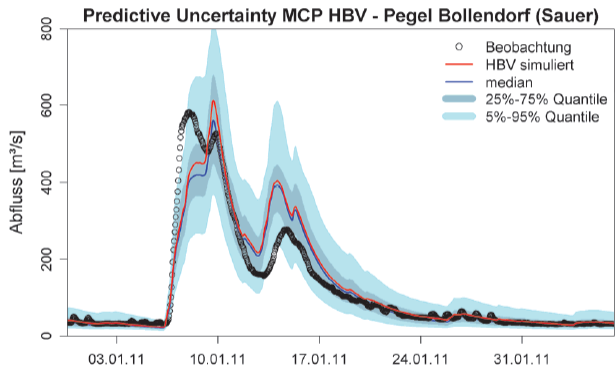
„Seamless Prediction“ – Quantifizierung und Reduktion von Unsicherheiten durch Datenassimilation und Ensembletechniken für Kurz-, Mittel- und Langfristvorhersagen der BfG¹

- ▶ Modellfehler sind nicht vermeidbar,
- ▶ "Unsicherheiten" - Quantifizierung notwendig (operationelle Anwendungen),
- ▶ Ensemble-Techniken etabliert (Parametervariationen, Multi-Modelle (BN, Regression, ...)),
- ▶ "Seamless predictions": Betrachtung unterschiedlicher Ensembles aus hydrologischen und meteorologischen Modellen

¹Bundesanstalt für Gewässerkunde (Koblenz) - Probabilistische Bewertung von Vorhersagen < ≡ > ≡ ↶ ↷

Bayes'sches Netzwerk

Anwendungen in der Hydrologie: Beispiel



Source: Dr.-Ing. Bastian Klein, BfG

Figure: Darstellung der Vorhersageunsicherheit basierend auf dem Model Conditional Processor und dem HBV-Modell der BfG für den Pegel Bollendorf / Sauer

Fragen ?

Bayes'sches Netzwerke

Fragen

1. Nennen sie typische Anwendungsgebiete von Bayes'schen Netzen.
2. Für welche Problemstellungen sind Bayes'sche Netze besonders geeignet?
3. Was ist der grundlegende Unterschied zwischen Neuronalen und Bayes'schen Netzwerken?