

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022

BHYWI-22-B2-T1.2: Grundwasserhydraulik-Prinzipbeispiel

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

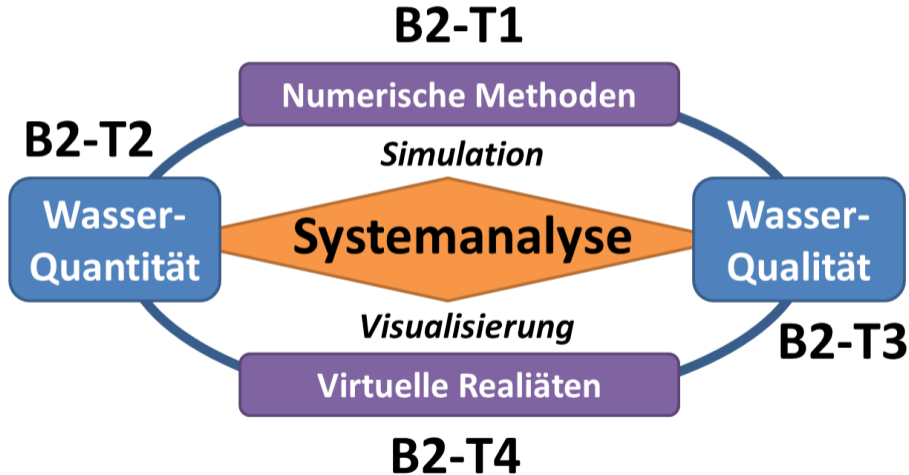
⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Berlin

Dresden, 27.05.2022

Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2022: BHYWI-22-B2

Datum	B2	Thema	Format
27.05.2022	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	Online
27.05.2022	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	Online
27.05.2022	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	Online
03.06.2022	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao)	HSZ/403
03.06.2022	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao)	HSZ/403
10.06.2022	–	Vorlesungsfrei (Pfingsten)	
17.06.2022	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
17.06.2022	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf)	HSZ/403
17.06.2022	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf): Übung	HSZ/403
24.06.2022	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
24.06.2022	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
01.07.2022	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode: Explizit (Kolditz)	HSZ/403
01.07.2022	B2-T1.4	Finite-Differenzen-Methode: Implizit (Kolditz)	HSZ/403
01.07.2022	B2-T1.5	Finite-Differenzen-Methode: Übungen (Kolditz)	HSZ/403
08.07.2022	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao)	GER/38
08.07.2022	B2-T3.4	Stofftransport in Hydrosystemen (Shao)	GER/38
15.07.2022	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
15.07.2022	B2-T1.7	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403



Übersicht der Lehrveranstaltung: Lehre-Webseite

The screenshot shows the website of the UFZ (Helmholtz-Zentrum für Umweltforschung). The main navigation bar includes 'UFZ', 'Themenbereiche / Departments', 'Forschung', 'Medien & Presse', 'Veranstaltungen', and 'Karriere & Jobs'. The breadcrumb trail is: Themenbereiche / Departments > Smarte Modelle und Monitoring > Umweltinformatik > Lehre > Hydrosystemanalyse.

The page title is 'Professur für Grundwasserwirtschaft / Professur für Angewandte Umweltsystemanalyse / Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)'. The semester is 'Sommersemester 2022'. The course is a hybrid online and offline event on Fridays, 4-5/6, from 13:00 to 16:20/18:10 Uhr. It consists of two blocks: Block 1 (08.04-22.05.2022) and Block 2 (27.05-15.07.2022).

The central diagram illustrates the course structure. It features a central orange diamond labeled 'Systemanalyse'. Above it is a purple box 'Numerische Methoden' with the word 'Simulation' below it. Below the diamond is a purple box 'Virtuelle Realitäten' with the word 'Visualisierung' above it. To the left and right of the diamond are blue boxes labeled 'Wasser-Quantität' and 'Wasser-Qualität' respectively. Small circular portraits of the lecturers are placed around the diagram.

On the right side, there is a 'Contact' section with a list of links: OPAL, a hybrid online/offline lecture, a meeting list, and contact information. Below that is an 'Events' section with links to a video lecture, exercises, an online tutorial, and lecture materials. At the bottom right, there is a 'Publications' section with a book cover titled 'Computational Methods in Environmental Fluid Mechanics' by O. Kolditz.

Link:

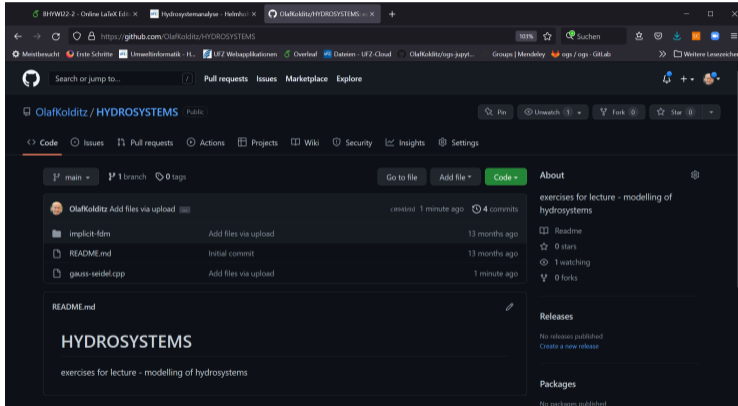
<https://www.ufz.de/index.php?de=40426>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Vorlesungsmaterial (overleaf)

The screenshot shows the Overleaf editor interface. The left sidebar displays a file explorer with various LaTeX files. The main editor area shows the rendered PDF of the document. The title page features a blue header with the text 'Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022' and 'BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)'. Below the title, the authors' names are listed: Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, and Erik Nixdorf. The document is dated Dresden, 27.05.2022. The content includes a table of contents and a list of two blocks of the course: Block 1 (IGW) and Block 2 (Hydrosystemanalyse).

Link: <https://www.overleaf.com/read/szgpcjggwdqc>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)

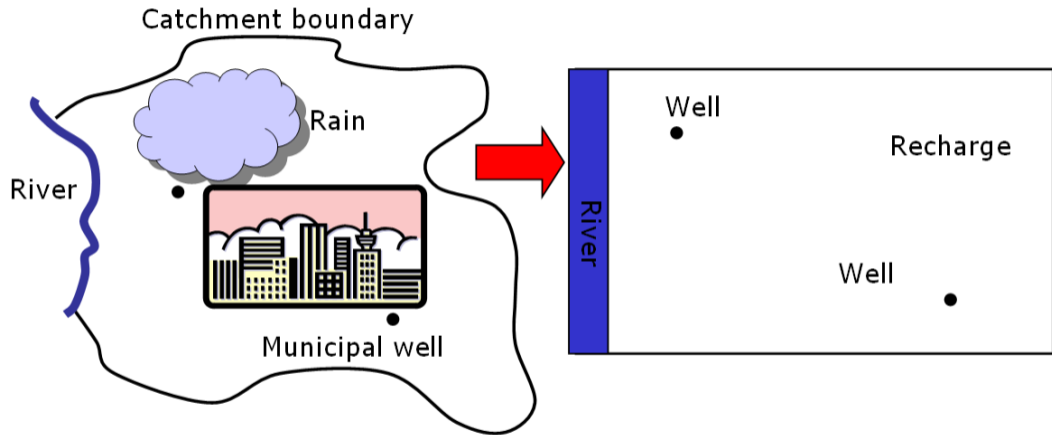


Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

Prinzip-Beispiel



Quelle: Sebastian Bauer (Uni Kiel)

River:
Fixed head
boundary
condition
 $H = 10 \text{ m}$

No flow – e.g. fault

- Pumping well
 $Q_{P2} = 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$

Recharge: homogeneous and constant
 $R = 1.0\text{e-}8 \text{ m}^3/(\text{m}^2\text{s})$

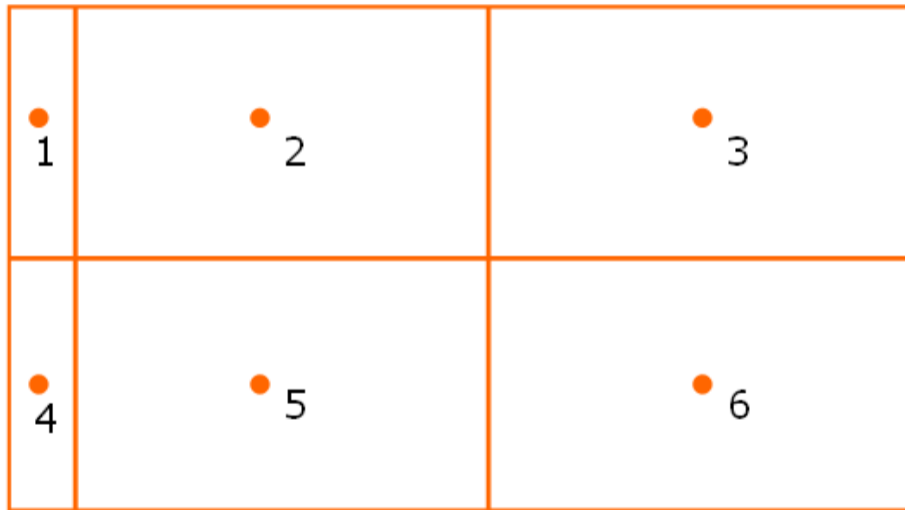
- Pumping well
 $Q_{P6} = 0.005 \text{ m}^3/\text{s}$

No flow – water divide

No flow - streamline

Fig.: Definition der Randbedingungen

Prinzip-Beispiel



$\Delta y_1 = 500 \text{ m}$
 $\Delta y_2 = 500 \text{ m}$

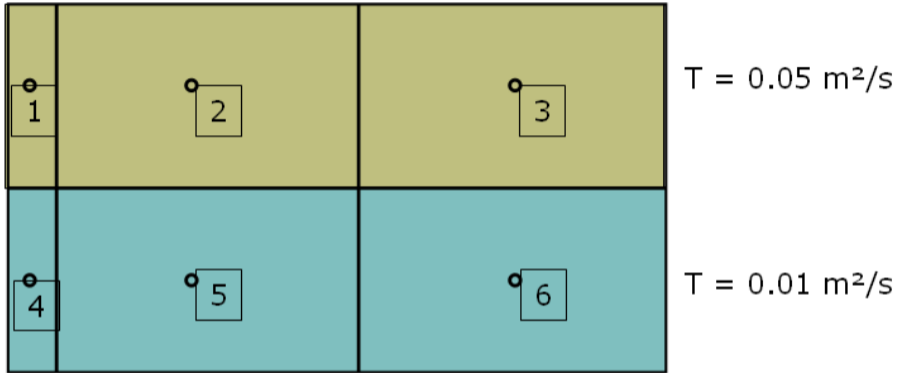


Fig.: Definition der Materialgruppen

$$T = \frac{K}{S}$$

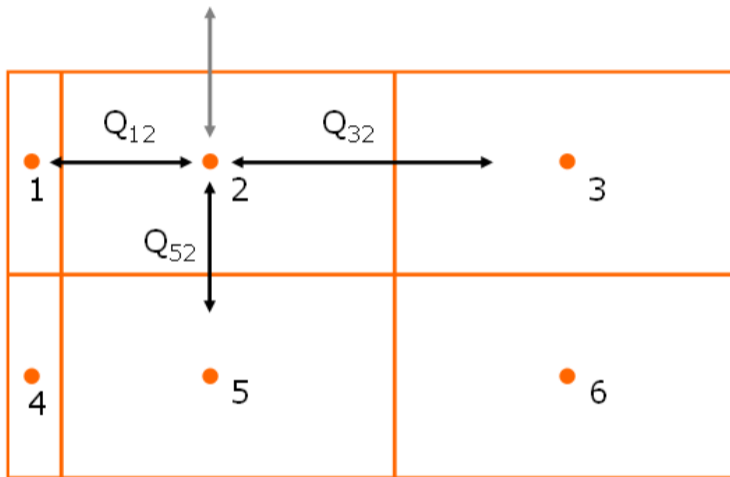


Fig.: Knoten-Bilanz aufstellen

Wir benutzen folgendes Differenzenschema.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_i - h_j}{x_i - x_j} \quad (3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} = \frac{h_i - h_j}{y_i - y_j} \quad (4)$$

Da unser FD-Gitter weder equidistant und unser Aquifer noch heterogen ist, schreiben wir besser.

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{12} = \frac{h_1 - h_2}{\Delta x_1/2 + \Delta x_2/2} \quad (5)$$

- ▶ Berechnung von (hydraulischen) Widerständen - harmonisches Mittel

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- ▶ Transmissivität

$$T_{25} = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_5}{\Delta y_2 / T_2 + \Delta y_5 / T_5}$$

$$T_{23} = \frac{\Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta x_2 / T_2 + \Delta x_3 / T_3}$$

$$Q_x = \Delta y T_x \frac{\partial h}{\partial x}$$

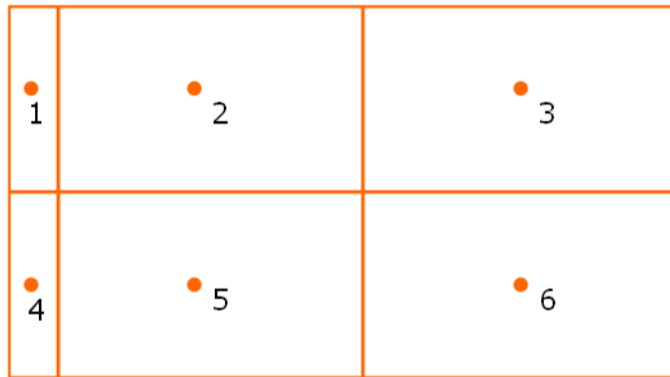
Damit können wir für die Flussterme schreiben.

$$Q_{12} = \Delta y_1 \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta x_1 / T_1 + \Delta x_2 / T_2} \times \frac{h_1 - h_2}{\Delta x_1 / 2 + \Delta x_2 / 2} \quad (6)$$

$$Q_{52} = \Delta x_2 \frac{\Delta y_5 + \Delta y_2}{\Delta y_5 / T_5 + \Delta y_2 / T_2} \times \frac{h_5 - h_2}{\Delta y_5 / 2 + \Delta y_2 / 2} \quad (7)$$

$$Q_{32} = \Delta x_2 \frac{\Delta x_3 + \Delta x_2}{\Delta x_3 / T_3 + \Delta x_2 / T_2} \times \frac{h_3 - h_2}{\Delta x_3 / 2 + \Delta x_2 / 2} \quad (8)$$

► Tafelbild



$$\Delta x_1 = 100 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 1000 \text{ m}$$

$$\Delta x_3 = 1000 \text{ m}$$

$$\Delta y_1 = 500 \text{ m}$$
$$\Delta y_2 = 500 \text{ m}$$

Die Zahlen eingesetzt ergibt sich für

$$Q_{12} = 0.454545 - 0.0454545h_2$$

$$Q_{52} = 0.033333h_5 - 0.033333h_2$$

$$Q_{32} = 0.02500h_3 - 0.02500h_2$$

$$Q_R = R\Delta x_2\Delta y_1 = 0.005$$

$$Q_{P2} = -0.001 \quad (9)$$

$$Q_{12} + Q_{32} + Q_{52} - Q_R - Q_{P2} = 0 \quad (10)$$

- ▶ Bilanzgleichungen für alle Zellen (2,3,4,5):

$$\begin{aligned} 2 : 0.458545 - 0.103788h_2 + 0.025h_3 + 0.03333h_5 &= 0 \\ 3 : 0.0050 + 0.0250h_2 - 0.0583h_3 + 0.0333h_6 &= 0 \\ 5 : 0.0959 + 0.0333h_2 - 0.0474h_3 + 0.0050h_6 &= 0 \\ 6 : 0.0000 + 0.0333h_3 + 0.0050h_5 - 0.0383h_6 &= 0 \end{aligned} \tag{11}$$

- ▶ Gleichungssystem lösen

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \tag{12}$$

Ergebnis:

$$h_1 = 10.00$$

$$h_2 = 10.24$$

$$h_3 = 10.41$$

$$h_4 = 10.00$$

$$h_5 = 10.31$$

$$h_6 = 10.39$$

(13)

(14)

- ▶ Gauss-Seidel Verfahren
- ▶ Umstellung des Gleichungssystems

$$h_2 = 0.2408h_3 + 0.3211h_5 + 4.4181$$

$$h_3 = 0.4285h_2 + 0.5714h_6 + 0.0857$$

$$h_5 = 0.7028h_2 + 0.1054h_6 + 2.0223$$

$$h_6 = 0.8695h_3 + 0.1304h_5$$

- ▶ Konstruktion eines iterativen Lösungsverfahrens
- ▶ Pro: Es muss kein Gleichungssystem gelöst werden.
- ▶ Con: Es kann auch mal nicht klappen (keine Konvergenz).

$$h_{2,i+1} = 0.2408h_{3,i} + 0.3211h_{5,i} + 4.4181$$

$$h_{3,i+1} = 0.4285h_{2,i} + 0.5714h_{6,i} + 0.0857$$

$$h_{5,i+1} = 0.7028h_{2,i} + 0.1054h_{6,i} + 2.0223$$

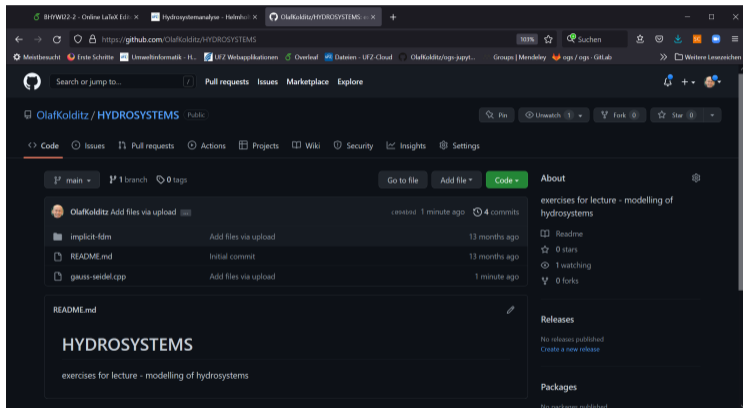
$$h_{6,i+1} = 0.8695h_{3,i} + 0.1304h_{5,i}$$

```
void Dialog::GaussSeidel()
{
    for(int k=0;k<solver_iterations;k++)
    {
        x[1] = 0.2408 * x[2] + 0.3211 * x[4] + 4.4181;
        x[2] = 0.4285 * x[1] + 0.5714 * x[5] + 0.0857;
        x[4] = 0.7028 * x[1] + 0.1054 * x[5] + 2.0223 ;
        x[5] = 0.8695 * x[2] + 0.1304 * x[4];
        TestOutput(x);
    }
}
```

Übung

- Prinzipbeispiel Grundwassermodell

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)

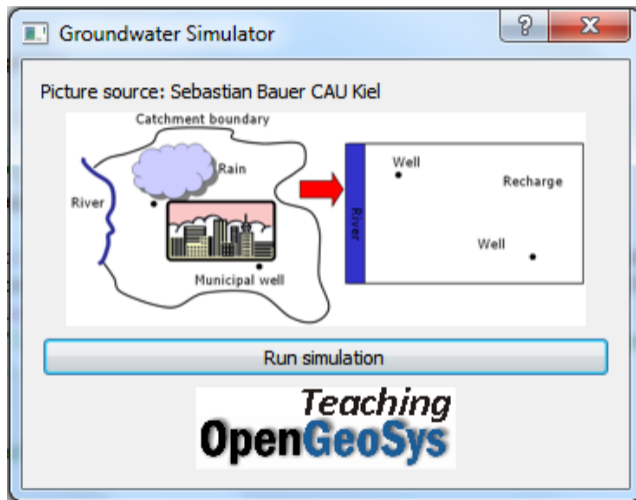


Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell



- ▶ Gauss Eliminierungsverfahren (direkte Methode)
- ▶ Gauss-Seidel Verfahren (iterative Methode)

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell

BHYWI-22-E1-Qt-Grundwasser-Prinzip

```
1 void Dialog::on_pushButtonRUN_clicked()
2 {
3     switch(solver_method)
4     {
5         case 0: //Gauss
6             AssembleEQS(); //assemble equation system
7             TestOutput(A,b);
8             Gauss(A,b,x,n); //solve EQS via Gauss
9             break;
10        case 1: //Gauss-Seidel
11            //CalculateFluxes();
12            GaussSeidel();
13            msgBox.setText("Gauss-Seidel method finished, \n results in out.txt");
14            break;
15        case 3: // neues Verfahren
16            msgBox.setText("Neues Verfahren vorbereitet");
17            break;
18    }
19 }
```

Listing 1: C++ code for solver selection

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell

C++ und Python

```
1 //C++ Programm kompilieren
2 g++ gauss-seidel-plt.cpp
3
4 //Programm ausfuehren
5 a.exe
6
7 //Ergebnisse mit Python plotten
8 python data_from_file_txt2.py
```

Listing 2: C++/Python code

