

Version 11.01 - 1. August 2021

---

**Hydroinformatik II**  
**” Prozess-Simulation  
und  
Systemanalyse”**

---

**TU Dresden / UFZ Leipzig**  
**Angewandte Umweltsystemanalyse**  
**Department Umweltinformatik**  
**Sommersemester 2021**

# Kapitel 1

## Hydroinformatik II - Beleg SoSe 2021

Leipzig/Dresden, 01.08.2021

Abgabe bis: 30.09.2019 (Deadline ist 23:59 Uhr)

Vorname:

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

---

Der Beleg besteht aus zwei Teilen A und B:

### **A (Verständnisfragen und Aufgaben)**

1. Hydromechanik und Numerik: Hier geht es um die Beantwortung von Verständnisfragen zur Hydromechanik, Prozesssimulation von Diffusion und Gerinnehydraulik.
2. Rechenaufgaben: Zum Prozessverständnis gibt es jeweils Anwendungsaufgaben.

Die Bearbeitung der Hausaufgaben im Verlaufe des Semesters wird als Teil A angerechnet.

### **B (Selbständige Arbeit)**

Es geht um die Wassersituation in der Welt.

1. Fertigen sie eine Literaturrecherche zur derzeitigen Wassersituation (Problemlage und Lösungsansätze) in einer Region ihrer Wahl an (Umfang 3-5 Seiten).
2. Warum ist die Modellierung ein wichtiges Werkzeug für die Bewertung und das Management von Wasserressourcen (Umfang 3-5 Seiten).

Denken sie beim Verfassen ihres Belegs an die richtige **Zitierweise** ! Beispiele für ein Literaturverzeichnis finden sie z.B. hier:

<http://www.ufz.de/index.php?en=37204>

Im Text wird wie folgt zitiert:

- Bei weniger als 3 Autoren: (z.B. Nixdorf und Trauth (2018))
- Bei 3 und mehr Autoren: (z.B. Birkholzer et al. (2018))
- Internet: Im Text: (Umweltinformatik 2019), im Literaturverzeichnis: Umweltinformatik 2019, <http://www.ufz.de/index.php?en=37204> (Zugriff am 31.07.2019)

Bitte denken sie unbedingt an den Betreff [**Beleg-Hydroinformatik**], wenn sie ihren Beleg per e-mail an mich schicken ([olaf.kolditz@ufz.de](mailto:olaf.kolditz@ufz.de)). Wenn sie ihren Beleg elektronisch einreichen, bitte als eine Datei (auch ZIP oder RAR) schicken und bitte verwenden sie ihren Namen in der Datei, damit die Anlagen einfach zuordenbar sind. Vielen Dank !

---

### A.1 Verständnisfragen zur Hydromechanik und Numerik / Basic knowledge

1. Wo verläuft die europäische Wasserscheide durch die Bundesrepublik Deutschland?
2. Bitte ordnen sie folgende Begriffe zu: Euler-Konzept, Lagrange-Konzept, Bahnlinie, Stromlinie, Kontrollvolumen.
3. (1) Erläutern sie die physikalische Bedeutung der einzelnen Terme der Navier-Stokes-Gleichung (NSG). (2) Welche Vereinfachungen müssen getroffen werden, um von der NSG die Darcy-Gleichung für die Grundwasserbewegung abzuleiten ?
4. Worin unterscheiden sich die Fluide: Gase und Flüssigkeiten bezüglich ihrer physikalischen Eigenschaften?
5. Wenn der Diffusivitätskoeffizient  $\alpha(u)$  der Diffusionsgleichung von der Feldgröße  $u$  abhängt wird die entsprechende PDE nichtlinear. (1) Beschreiben sie die z.B. die Abhängigkeit des Wärmediffusivitätskoeffizienten  $\alpha_T(T)$  in Abhängigkeit der Temperatur  $T$ . (2) Welche Lösungsverfahren gibt es für nichtlineare Gleichungen ? (3) Nennen sie zwei Beispiele für nichtlineare Diffusionsgleichungen. (4) Was bedeutet eigentlich die Abkürzung "PDE" ?
6. Welche Bedingung ist erforderlich, dass man die Massen- durch eine Volumenbilanz ersetzen kann?
7. Erläutern sie den Unterschied folgender Notationen (1)  $\nabla \cdot \Phi$  und (2)  $\nabla \Phi$ .
8. Was ist der Unterschied zwischen Gradient und Divergenz?
9. Bei der Einführung von physikalischen Flüssen haben wir folgenden Definition der Ensemble-Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}^E$  verwendet:  $\mathbf{v}^E = \bar{\mathbf{v}} + (\mathbf{v}^E - \bar{\mathbf{v}})$ . (1) Was ist eine Ensemble-Geschwindigkeiten ? (2) Was verbirgt sich hinter  $\bar{\mathbf{v}}$  ? (3) Wozu war die Definition der Ensemble-Geschwindigkeiten wichtig ?
10. Welches physikalische Grundprinzip repräsentiert die Bernoulli-Gleichung? Schreiben sie eine Form der Bernoulli-Gleichung auf und erklären sie die physikalische Bedeutung der einzelnen Terme.
11. Welche physikalischen Prozesse dominieren die Streckenverluste bei Gerinne-Strömungen?
12. Welche physikalische Bedeutung hat das Funktional für das Newton-Verfahren zur Lösung der Gerinne-Hydraulik-Gleichung?

13. Für die Lösung der Gerinnehydraulik-Gleichung (4.50) mit dem Newton-Verfahren benötigen wir eine Startbedingung für den Wasserstand im Gerinne. (1) Hat diese Anfangsbedingung einen Einfluss auf die stationäre Lösung? (2) Haben Anfangsbedingungen generell einen Einfluss auf stationäre Lösungen bei linearen oder nicht-linearen Problemen ?
  14. Wir haben uns in der Vorlesung intensiv mit Hydraulik von Gerinnen beschäftigt. (1) Lässt sich diese Methodik auch auf Flüsse, wie z.B. die Elbe übertragen ? (2) Was waren die Spitzenpegel und Spitzendurchflüsse der Elbe in den Hochwässern 2002, 2008, 2013, 2021 ?
  15. (1) Schreiben sie die Taylor-Reihenentwicklungen (TSE) für die Feldfunktion  $u(t, x)$  in allgemeiner Form. (1) Wozu benötigt man eine TSE in der numerischen Mathematik ? (3) Was bedeutet eigentlich die Abkürzung "TSE" ?
  16. Wozu benötigen wir Fehlertoleranzen für iterative Lösungsverfahren (z.B. Newton-Verfahren)? Wie groß sind Fehlertoleranzen anzusetzen?
  17. Hängt die Neumann-Zahl (Stabilitätskriterium) von numerischen und physikalischen Parametern ab?
  18. Wieviele Iterationen benötigt das Newtonverfahren, um zu einer genauen Lösung zu gelangen?
  19. Das explizite Finite-Differenzen-Schema "FTCS" zur Lösung von Diffusionsgleichungen hat eine Genauigkeit erster Ordnung in der Zeit  $O(\Delta t)$  und zweiter Ordnung im Raum  $O(\Delta x^2)$ . (1) Erklären sie dies. (2) Was bedeutet eigentlich die Abkürzung "FTCS" ?
  20. Erläutern sie die Vor- und Nachteile der Finiten-Differenzen-Methode (1) bezüglich Effizienz, (2) Implementierbarkeit und (3) geometrischer Flexibilität.
  21. Beim Vergleich von expliziten und impliziten Finite-Differenzen-Verfahren haben wir Unterschiede bezüglich Stabilität und Rechengeschwindigkeiten gesehen. (1) Erläutern sie die Vor- und Nachteile beider Verfahren. (2) Haben Randbedingungen einen Einfluss auf die Stabilität von FD-Verfahren ?
- 
-

## A.2 Rechen- und Programmieraufgaben

1. Fehlerberechnung: Wie berechnet man den quadratischen Fehler bei einer Newton-Iteration? Die Knotenwerte des aktuellen Newton-Schritts sind  $u_i^{k+1}$  und des vorangegangenen  $u_i^k$ . Schreiben sie den mathematischen Ausdruck und die dazugehörige C++ Anweisung.

2. Welche mathematische Lösung hat die stationäre Diffusionsgleichung

$$\frac{d^2u}{dy^2} = 1.$$

3. Beweisen sie, dass  $u = \sin(\pi x) e^{-\pi y}$  eine Lösung für die elliptische Laplace-Gleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

ist.

4. Lösen sie folgendes Gleichungssystem (z.B. mit dem Gauß-Verfahren) nach den unbekanntenen Größen  $x, y, z$  auf.

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ x + 2y + 3z &= 1 \\ x + 3y + 4z &= 2 \end{aligned} \tag{1.1}$$

5. Schreiben sie das explizite FTCS-Schemata für eine zweidimensionale lineare Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0.$$

für den Gitterpunkt  $i, j$  zum Zeitpunkt  $n$ .

6. Im Abschnitt "4.3.6 Programmtechnische Umsetzung" des Newton-Verfahrens zur Lösung der Gerinne-Hydraulik-Gleichung haben wir die einzelnen Größen folgendermaßen codiert:

```
N1 = pow(discharge,2)/pow(wetted_cross_section[i+1],2) + gravity*u_old[i+1];
N2 = pow(discharge,2)/pow(wetted_cross_section[i],2) + gravity*u_old[i];
N3 = gravity*(bed_slope - (friction_slope[i+1]+friction_slope[i])/2.)*(x[i+1]-x[i]);
N = N1 - N2 - N3;
D1 = pow(discharge,2)/pow(wetted_cross_section[i],3) * (bottom_width+2.*m*u_old[i])
- gravity;
D21 = friction_law_exponent*2.*(sqrt(1+m*m))/wetted_perimeter[i];
D22 = (1.+friction_law_exponent)/wetted_cross_section[i] * (bottom_width+2.*m*u_old[i]);
D2 = gravity*friction_slope[i]*(D21-D22)*(x[i+1]-x[i]);
D = D1 + D2;
u_new[i] = u_old[i] - N/D;
```

Reproduzieren sie "rückwärts" aus dem Quellcode das Newton-Verfahren, d.h. die Gleichung (4.50).

7. Berechnen sie den hydraulischen Radius und den benetzten Umfang für ein Trapezgerinne mit:  $B=2\text{m}$ ,  $Z_L=1$ ,  $Z_R=2$ . Der Wasserspiegel ist  $y=1\text{m}$ . (siehe Abb. 1.1)

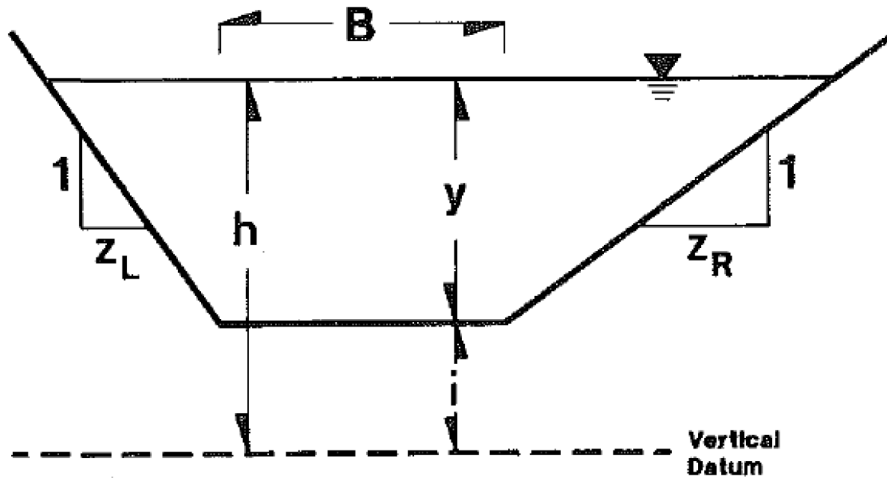


Abbildung 1.1: Trapezgerinne

Vergessen sie nicht den Teil B

**B (Selbständige Arbeit)**

der gehört zum Pflichtteil des Belegs (sonst haben sie nicht bestanden).